

Versagen offener Sandwichdeckhäute unter Druckbeanspruchung

Dipl.-Ing. (FH) Markus Neumeister M.Eng.

Vollständiger Abdruck der von der *Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik* der *Universität der Bundeswehr München* zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Gutachter / Gutachterin:

1. Prof. Dr.-Ing. Helmut Rapp
2. Prof. Dr.-Ing. Klaus Wolf

Die Dissertation wurde am 07.03.2013 bei der *Universität der Bundeswehr München* eingereicht und durch die *Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik* am 08.08.2013 angenommen. Die mündliche Prüfung fand am 20.08.2013 statt.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Leichtbau der Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik an der Universität der Bundeswehr München.

Besonders danken möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Helmut Rapp, der als Doktorvater seinen Teil zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Mein weiterer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Klaus Wolf für die Übernahme des Koreferates sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. Alexander Lion für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses.

Bei Herrn Dipl.-Ing. Ottmar Haider und der Firma *Astrium GmbH* möchte ich mich für die zur Verfügung gestellten Probekörper bedanken. Ohne diese wären die umfangreichen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich gewesen.

Weiterhin möchte ich mich bei allen Mitarbeitern des Instituts für Leichtbau für die sehr gute Zusammenarbeit bedanken. Insbesondere bei Frau Dipl.-Ing. Karin Danneberg für die Unterstützung bei den experimentellen Untersuchungen sowie bei den Herren Anton Bachmayer und Dieter Exner für ihre Unterstützung bei der Anpassung der Versuchsaufbauten.

München, September 2013

Markus Neumeister

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird das Versagensverhalten einer gitterartigen Sandwichdeckhaut auf einem Wabenkern unter axialer Druckbeanspruchung untersucht. Vergleiche von theoretischen Vorhersagen mit Versuchsergebnissen zeigen, dass die bisher von vollflächigen Sandwichdeckhäuten abgeleiteten Berechnungsmodelle, die auf der Stabilitätstheorie basieren, das reale Versagensverhalten gitterartiger Deckhäute unter Druckbeanspruchung nicht richtig wiedergeben. Zur Analyse des Versagensverhaltens wurden Druckversuche, ein- sowie zweiachsige Biegeversuche durchgeführt. Mithilfe von Videoaufnahmen wurde das Versagensverhalten analysiert. Die klassischen Versagensformen druckbeanspruchter Sandwichdeckhäute, wie beispielsweise Deckhautknittern und interzelluläres Beulen, konnten nicht beobachtet werden. Stattdessen zeigen sich bei den experimentellen Untersuchungen zunehmende Biegeverformungen der axial beanspruchten Gitterstäbe mit zunehmender Drucklast. Die Biegeverformungen sind auf wenige Stäbe innerhalb einzelner Wabenzellen begrenzt. Die vermutete Ursache hierfür sind fertigungsbedingte Imperfektionen der Gitterstäbe. Schliffbilder zeigen vorverformte Gitterstäbe im lastfreien Zustand.

Untersuchungen auf Basis der Stabilitätstheorie zeigen, dass sie zur Abschätzung des Tragvermögens der offenen Sandwichdeckhäute nicht geeignet ist. Aus diesem Grund werden zur theoretischen Abschätzung des Tragvermögens analytische Berechnungsmodelle abgeleitet, die das geometrisch nichtlineare Verhalten der vorverformten Gitterstäbe unter axialer Drucklast beschreiben. Diese Modelle bestehen aus bis zu vier Stäben in einer Wabenzelle. Dabei wird sowohl die einachsige als auch die zweiachsige Beanspruchung der gitterartigen Deckhaut berücksichtigt. Sowohl bei der einachsigen als auch der zweiachsigen Beanspruchung der Deckhaut zeigen sich gute Übereinstimmungen zwischen dem theoretisch und experimentell ermittelten Verhalten. Tritt der Bruch in einem Stab ein, verteilt sich die Last von diesem auf die benachbarten Stäbe. Diese Lastverteilung wird analytisch mit der Methode der Übertragungsmatrizen berechnet.

Mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) werden Ausschnitte aus der Deckhaut untersucht, die eine Vielzahl an Gitterstäben aufweisen. Das mit der FEM ermittelte Verhalten der Deckhäute bei einachsiger und zweiachsiger Druckbeanspruchung zeigt gute Übereinstimmungen mit dem experimentell und analytisch ermittelten Verhalten. Dies gilt insbesondere für die theoretische Bestimmung der Deckhautbruchlasten.

Die Ergebnisse der theoretischen Betrachtungen zeigen, dass unter dem Gesichtspunkt des Spannungsproblems bei bekannter Imperfektion sowie geometrischer und mechanischer Kenngrößen, das Tragvermögen der gitterartigen Deckhaut gut abgeschätzt werden kann. Basierend auf den durchgeführten Untersuchungen werden daher Hinweise angegeben, die dem Konstrukteur als Hilfestellung bei der Dimensionierung von gitterartigen Sandwichdeckhäuten dienen sollen.

Abstract

In this thesis, the failure modes of latticed (open weave) sandwich skins under axial compression load were analysed. The comparison of theoretically predicted failure loads and experimentally determined failure loads show a distinct divergence. The reason is that the available theory to predict the failure load is only valid for “closed” sandwich skins. To derive a theory which is valid for latticed sandwich skins, the failure modes must be analysed in experimental investigations. These investigations are performed on specimen under compression and bending load. In case of the bending test uniaxial and biaxial loads are applied. A qualitative evaluation of the out-of-plane deformations of the beams shows increasing bending deformations with increasing axial loads. Apparently, the failure is not being caused by instability. Instead, the failure is triggered by geometrical imperfections of the beams. Micrographs of the beams show these geometrical imperfections (initial deformations).

The first theoretical investigations are carried out based on the theory of stability. The results show that this theory is inapplicable to describe the carrying capacity of latticed sandwich skins. Based on measured geometrical imperfections, a mathematical model for the latticed face sheet consisting of beams under compression is deduced. This mathematical model describes a non-linear behaviour between the bending deformation and the axial beam load. With the mathematical model, consisting of up to four beams, investigations for uniaxial and biaxial load cases are done. The experimental results are in good coincidence with failure loads derived by analytical analyses. If failure occurs in a beam, the neighbouring beams have to carry the load of the broken beam. Further theoretical investigations are done for the load distribution caused by broken beams and the geometrical imperfections.

Complementally to the analytical investigations, a Finite-Elemente-Methode analysis is performed for sandwich skins under uniaxial and biaxial loading. In this way a large number of geometrical imperfect beams are considered. The theoretically determined results are in good coincidence with the experimentally determined results.

A conclusion of all theoretically determined results show that the carrying capacity of the latticed sandwich skin can be estimated using the geometric parameters, especially the size of the initial deformation, and the stiffness of the beam. Based on the performed theoretical and experimental investigations some design advices are given. These design advices can be seen as a support to be used by the constructing engineer.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	I
Abstract	II
Inhaltsverzeichnis	III
Bezeichnungen	VI
1 Einleitung	1
1.1 Motivation und Zielstellung	2
1.2 Stand der Technik	3
2 Grundlagen	6
2.1 Sandwichplatten mit geschlossenen Deckhäuten	6
2.1.1 Werkstoffe	6
2.1.2 Versagensformen	8
2.2 Sandwichplatten mit offenen Deckhäuten	12
2.2.1 Bauweise	13
2.2.2 Dimensionierung	14
2.3 Gerade Stäbe unter Druckbeanspruchung	15
2.4 Ebene Platten unter Druckbeanspruchung	17
2.5 Stäbe mit Vorverformung unter Druckbeanspruchung	17
2.6 Übertragungsmatrix der symmetrischen Dreigurtscheibe	20
2.7 Kennwerte unidirektionaler Faserverbundwerkstoffe	23
3 Experimentelle Untersuchungen	24
3.1 Druckversuche	25
3.1.1 Weitere Arbeiten	25
3.1.2 Probekörper und Versuchsaufbau	26
3.1.3 Stabbruchlasten aus Druckversuchen	26
3.2 Vierpunktbiegeversuche	28
3.2.1 Probekörper und Versuchsaufbau	28
3.2.2 Stabbruchlasten aus Biegeversuchen	30
3.2.3 Einfluss der Kaptonfolie auf die Stabbruchlast	32
3.2.4 Verformungs- und Bruchverhalten	35
3.3 Zweiachsige Vierpunktbiegeversuche	37
3.3.1 Probekörper und Versuchsaufbau	38
3.3.2 Ergebnisse und Interaktion	41
3.3.3 Verformungs- und Bruchverhalten	43
4 Theoretische Untersuchungen	45
4.1 Grundgrößen der Deckhäute für theoretische Betrachtungen	46
4.1.1 Kenngrößen der Sandwichdeckhäute	46
4.1.2 Vorverformungen der Laststäbe	49
4.1.3 Lagerbedingungen der lastübertragenden Stäbe	51
4.2 Stabilitätskritische Lasten	53
4.2.1 Versagenslasten unter der Betrachtung des Stabknickens	53
4.2.2 Versagenslasten bei der Betrachtung des Deckhautknittrerns	55
4.2.3 Versagenslasten unter der Betrachtung des interzellularen Beulens	56
4.3 Spannungsberechnung für Sandwichdeckhäute ohne Folie	57

4.3.1	Analytisches Berechnungsmodell	57
4.3.2	Finite-Elemente-Modell	59
4.3.3	Spannungen in vorverformten Stäben	59
4.3.4	Einfluss der Schubweichheit auf die Bruchlast	64
4.4	Spannungsberechnung für Sandwichdeckhäute mit Folie	65
4.4.1	Analytisches Berechnungsmodell	66
4.4.2	Finite-Elemente-Modell	69
4.4.3	Berechnung der Spannungen in einer Deckhaut mit Kaptonfolie	69
4.5	Einfluss der Abstände der Querstäbe auf die Stabbruchlast	71
4.6	Zweiachsige Beanspruchung	72
4.6.1	Analytisches Berechnungsmodell	72
4.6.2	Finite-Elemente-Modell	74
4.6.3	Stabanordnungen und Kenngrößen	74
4.6.4	Stabilitätsproblem	75
4.6.5	Spannungsproblem	76
4.7	Lastverteilung	77
4.7.1	Berechnungsmodell der Übertragungsmatrix einer Mehrgurtscheibe	77
4.7.2	Finite-Elemente Modell der Mehrgurtscheibe	80
4.7.3	Lastverteilung mit und ohne gebrochenen Stab	81
5	Finite-Elemente Analyse eines Deckhautausschnittes mit vielen Wabenzellen	84
5.1	Vorausgegangene Arbeiten	84
5.2	Finite-Elemente-Modell	85
5.3	Stabbruchlasten	87
5.4	Einfluss der Waben auf die Stabbruchlast	88
5.4.1	Finite-Elemente Modelle	88
5.4.2	Stabilitätskritische Lasten einer perfekten Deckhaut	89
5.4.3	Einfluss der Waben auf die Stabbruchlasten	90
5.5	Einfluss der Abstände der Querstäbe auf die Stabbruchlast	91
5.6	Einfluss der Abstände der Laststäbe auf die Stabbruchlast	92
5.7	Zweiachsige Beanspruchung	94
5.8	Lastverteilung	95
5.8.1	Bruch eines Stabes	95
5.8.2	Vergleich zur analytischen Berechnungsmethode	96
6	Hinweise zur Dimensionierung	97
6.1	Zusammenfassung der Berechnungsmethoden	97
6.2	Hinweise zur Berechnung	99
7	Zusammenfassung und Ausblick	102
8	Literatur	105
9	Abbildungen und Tabellen	110
Anhang A	Materialdaten	116
A-1	Kohlenstofffasern	116
A-2	Epoxidharz und Folienkleber	117
A-3	Kaptonfolie	118
Anhang B	Ergänzungen Berechnungsmodelle	119
B-1	Beispiele für elastische Lagerungen	119

B-1.1 Schubfaktoren des elliptischen Querschnittes nach [77]	119
B-1.2 Drehfest gelagerter Kragbalken (schubweich)	119
B-1.3 Drehelastisch gelagerter Kragbalken (schubstarr)	119
B-2 Querschnittsteile der Laststäbe einer Deckhaut mit Kaptonfolie	120
B-3 Berechnungsmodelle für die zweiachsige Beanspruchung	121
B-3.1 Randbedingungen des Berechnungsmodells im Abschnitt 4.6.1	121
B-4 Übertragungsmatrix der symmetrischen Mehrgurtscheibe	124
B-4.1 Übertragungsmatrix der symmetrischen Dreigurtscheibe nach [52]	124
B-4.2 Übertragungsmatrix der symmetrischen Mehrgurtscheibe	126
Anhang C - Tabellen mit Kenngrößen zum Kapitel 4	130
C-1 Ergänzung zur Tabelle 4-7 im Abschnitt 4.3.3	130
C-2 Ergänzung zur Tabelle 4-9 im Abschnitt 4.4.3	130
C-3 Tabelle zum Abschnitt 4.5 - Einfluss der Abstände der Querstäbe	131
C-4 Tabelle zum Abschnitt 4.7.3 - Lastverteilung mit und ohne Fehlstelle	132
Anhang D - Finite-Elemente Modell eines Gitterausschnittes	134
D-1 Bestimmung der Bruchlast ohne Wabenstruktur	134
D-1.1 Ergänzende Grafiken zum Abschnitt 5.2	134
D-1.2 Daten der Berechnungsmodelle	135
D-1.3 Ergebnisse	137
D-2 Einfluss der Waben auf die Stabbruchlast	139
D-3 Berechnungsmodelle zur Untersuchung der zweiachsigen Belastung	140
D-4 Lastverteilung	141
D-4.1 Deckhautkonfiguration 2	141
D-4.2 Deckhautkonfiguration 4	142
Anhang E - Tabellen mit Kenngrößen zum Abschnitt 6.1	143

Bezeichnungen

Abkürzungen

AFK	Aramidfaserverstärkter Kunststoff
CFK	Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff
Det	Determinante
DGL	Differentialgleichung
FE	Finite Elemente
FEM	Finite Elemente Methode
GFK	Glasfaserverstärkter Kunststoff
KF	Kaptonfolie
KOS	Koordinatensystem
SP	Schwerpunkt
RB	Randbedingungen

Lateinische Buchstaben

A	mm^2	Stabquerschnittsfläche
\bar{a}, \bar{b}	mm	Stablängen der Federstäbe
B	mm	Probenbreite / Ausschnittsbreite
b	mm	Breite / Stabbreite
c	N/mm	Federkonstante einer Linearfeder
c_T	Nmm	Federkonstante einer Drehfeder
D_x, D_y, D_{xy}	Nmm^2	Plattensteifigkeiten
d	mm	Durchmesser
E	Nmm^2	Elastizitätsmodul
EA	N	Dehnsteifigkeit / axiale Steifigkeit
EI	Nmm^2	Biegesteifigkeit
e	mm	Maximale Vorverformung
F	N	Stablast
\bar{F}	N	Deckhautlast
f, f_B, f_S	mm	Auslenkung infolge Querkraft (B=Biegeanteil und S=Schubanteil)
f_z	N/mm	Streckenlast in Stab z-Richtung
G	N/mm^2	Schubmodul
g	mm	Stababstände
\bar{g}	-	Hilfsgröße zur Lösung der Differentialgleichung
H	mm	Abstand der Deckschichtmittelebenen zueinander
\bar{H}	mm	Abstand Lasteinleitungspunkt (zweiachsige Biegung)
h	mm	Höhe / Stabhöhe
\bar{h}	mm	Abklinghöhe beim Sandwichknittern
I	mm^4	Flächenträgheitsmoment
I_T	mm^4	Torsionsträgheitsmoment
K	-	Integrationskonstante
k	-	Faktor
L, \bar{L}	mm	Probenlänge / Ausschnittslänge / Lagerabstände
l	mm	Stablänge
l^*	mm	Größte mögliche Stablänge in einer Wabenzelle
l_0	mm	Ausgangslänge der nichtlinearen elastischen Bettung
M_A, M_B, M_Q	Nmm	Extremwerte der Biegemoment der federnden Querstäbe
M	Nmm	Biegemoment

Bezeichnungen

M_T	Nmm	Torsionsmoment
m, n, \bar{n}	-	Nummerierung / Anzahl
N	N	Normalkraft
n_x	N/mm	Streckenlast
O	mm ²	Oberfläche
p	N/mm	Linienlast / Anpressdruck
Q	N	Querkraft
q	N/mm	Schubfluss
R	mm	Radius
r	-	Nummerierung der Ränder der Dreigurtscheibe
s	mm	Wabeninnenkreisdurchmesser
s'	mm	Maximale Wabenabmessung
T	mm	Wandstärke gesamter Verbund
t	mm	Schichtdicke
t_d	mm	Versmierte Schichtdicke bezogen auf die Fläche
\bar{t}_d	mm	Schichtdicke bezogen auf die Flächenträgheit
t_w	mm	Wanddicke der Wabenstege
u	mm	Achsiale Verschiebung
Δu	mm	Differenzverschiebung im Berechnungsmodell der Dreigurtscheibe
$w(x)$	mm	Elastische Biegelinie eines Stabes
$w_0(x)$	mm	Vorverformung eines Stabes
x	mm	Stabkoordinate

$[\bar{A}][\bar{B}][\bar{C}][\bar{D}]$	Teilmatrizen der gesamten Übertragungsmatrix
$[B]$	Koeffizientenmatrix
$[B_{11}]$	Koeffizientenmatrix der Mehrgurtscheibe (Rand 1 und Lasten am Rand 1)
$[B_{12}]$	Koeffizientenmatrix der Mehrgurtscheibe (Rand 1 und Lasten am Rand 2)
$[B_{22}]$	Koeffizientenmatrix der Mehrgurtscheibe (Rand 2 und Lasten am Rand 2)
$[B_{21}]$	Koeffizientenmatrix der Mehrgurtscheibe (Rand 2 und Lasten am Rand 1)
$\{B_1\}$	Koeffizientenvektor der Mehrgurtscheibe (Gesamtlast am Rand 1)
$\{B_2\}$	Koeffizientenvektor der Mehrgurtscheibe (Gesamtlast am Rand 1)
$\{F\}$	Lastvektor
$\{F_{\bar{B}}\} \{F_{\bar{D}}\}$	Teillastvektor der gesamten Übertragungsmatrix
$[I]$	Einheitsmatrix
$\{K\}$	Konstantenvektor
$[p]$	Vektor der partikulären Lösung
$[RB]$	Randbedingungsmatrix
$[T]$	Übertragungsmatrix der Einzelabschnitte
$[\tilde{T}]$	Gesamte Übertragungsmatrix
$\{Z\}$	Zustandsvektor der Berechnungsmethode der Übertragungsmatrizen

Griechische Buchstaben

α	°	Winkel
$\alpha_M, \alpha_R, \alpha_B$	-	Hilfsgröße zur Berechnung der Übertragungsmatrix
β	-	Faktor
β_1, β_2	-	Hilfsgröße zur Berechnung der Übertragungsmatrix
γ	-	Schubverzerrung
$\bar{\mu}$	-	Hilfsgröße zur Lösung der Differentialgleichung
ν	-	Querkontraktion

Bezeichnungen

π	- Kreiszahl
ρ	g/cm ³ Dichte
σ	N/mm ² Normalspannung
τ	N/mm ² Schubspannung
φ	- Verdrehwinkel des Stabes
φ_F	- Faservolumengehalt

Indizes

B	Biegung / Bruch
D	Deckhaut
F	Faser
g	Stabnummer
H	Harz
I, II, III, IV	Stababschnitte
i, j, n, m	Nummerierung
K	Kern
M	Mitte
l	Längsrichtung
p	Platte
q	Querrichtung
R	Rand
S	Segment eines Stabquerschnittes
S	Stabilität (Knicklasten)
w	Wabe
eff	Effektiv
ges	Gesamt
hom	Homogene Lösung einer Differentialgleichung
krit	Kritisch
min	Minimalwert
max	Maximalwert

Koordinaten / Richtungen

x, y, z	Lokale kartesische Koordinate
$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$	Globale kartesische Koordinate
1,2	Längsrichtung, Querrichtung (Zweiachsige Beanspruchung)
, \perp	Faserrichtungen

1 Einleitung

Das Bestreben nach der Verringerung einer Strukturmasse kann unterschiedliche Beweggründe haben. Bei Fahrzeugen und Transportmitteln beispielsweise, führt eine Gewichtsoptimierung oftmals zu einem geringeren Energiebedarf [1][2]. Eine andere mögliche Forderung wäre, durch die gewichtsoptimierte Auslegung von Strukturen deren Leistungsfähigkeit zu verbessern.

Die Herausforderung in der technischen Konstruktion besteht daher in der gewichtsoptimierten Dimensionierung hoch belasteter Strukturen, dem so genannten Leichtbau [3]. Das Ziel besteht darin, mit geeigneten Werkstoffen und Bauweisen die Anforderungen an eine Struktur bei einem möglichst geringen Strukturgewicht zu erfüllen. Üblicherweise sind hierfür Werkstoffe mit hohen spezifischen Steifigkeiten und Festigkeiten geeignet (Stoffleichtbau). Entsprechend den Anforderungen stehen weiterhin verschiedene Bauweisen, mit jeweils unterschiedlichen Eigenschaften und Besonderheiten, zur Verfügung (Formleichtbau). Eine weitere Gewichtseinsparung wird durch die Integration möglichst vieler der geforderten Funktionen bewirkt (funktionsintegrierter Leichtbau).

Eine Bauweise, die im Leichtbau sehr oft genutzt wird, ist die Sandwichbauweise. Durch die geschickte Kombination von Werkstoffen mit unterschiedlichen Eigenschaften können technische Bauteile mit sehr hohen spezifischen mechanischen Kennwerten, wie Biegesteifigkeit und -festigkeit, verwirklicht werden.

Neben dem Einsatz in der Luftfahrt [4][5], in Windkraftanlagen [6], im Bootsbau [7] und im Kraftfahrzeugbereich [8], ist der Nutzen der Sandwichbauweise in weiteren Bereichen spürbar. Beispiele hierfür wären die Möbel- [9] und die Wintersportindustrie [10]. Speziell bei letzterer sind derartige Bauweisen nicht weg zu denken. Ein weiteres wesentliches Beispiel für Sandwichstrukturen sind großflächige Solargeneratoren (Bild 1-1) für Kommunikationssatelliten [12][13].

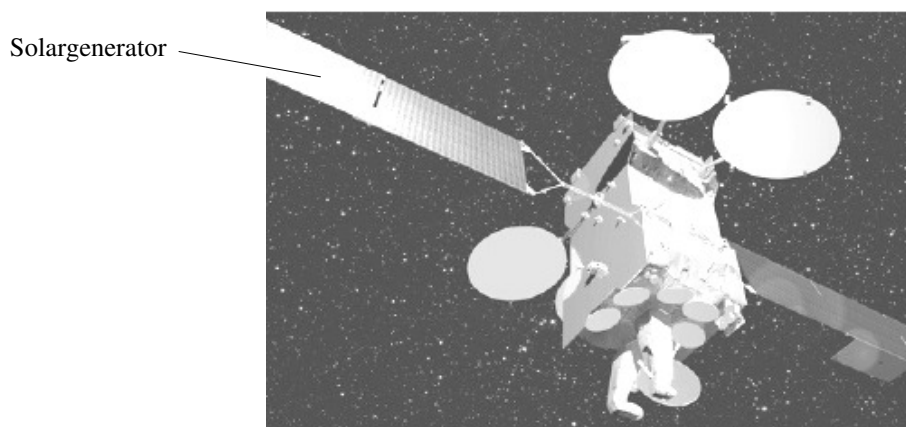


Bild 1-1: Beispiel eines Kommunikationssatelliten (Eutelsat) mit großflächigen Solargeneratoren zur Energiegewinnung [11]

Um den großen Leistungsbedarf von solchen Satelliten zu decken, haben sich faltbare Solargeneratoren aus Sandwichplatten als sinnvoll erwiesen [12]. Bedingt durch die Sandwichbauweise weisen die Solargeneratoren trotz ihrer großen Fläche ein geringes Gewicht auf. Eine weitere Reduzierung des Gewichts der ohnehin schon sehr leichten Sandwichstrukturen wird erreicht, indem die „geschlossenen“ Sandwichdeckhäute durch „offene“ Deckhäute ersetzt werden (Bild 1-2).

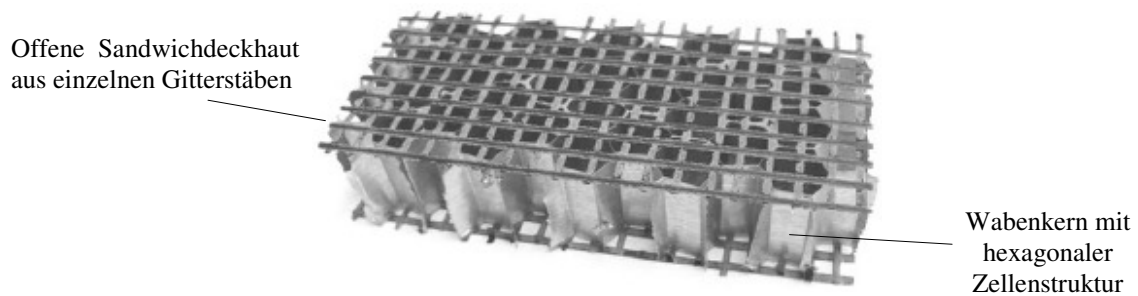


Bild 1-2: Offene Sandwichdeckhaut aus einzelnen Gitterstäben auf einem Wabenkern

In diesem Fall besteht eine Deckhaut nur noch aus einzelnen Gitterstäben, die punktuell mit dem Wabenkern verklebt sind. Diese Variante der Sandwichbauweise stellt eine Besonderheit dar und wird bisher in der gängigen Literatur nicht weiter beschrieben.

1.1 Motivation und Zielstellung

Im Verlauf der Entwicklung neuer Strukturen oder Bauteile erfolgt vor der Fertigung eine Dimensionierung. Mit analytischen und numerischen Berechnungsmethoden wird das Verhalten der Struktur bezüglich der geforderten Beanspruchbarkeit untersucht. Sofern ausreichende Verfahren zur zuverlässigen Auslegung und Dimensionierung zur Verfügung stehen, kann der Aufwand für experimentelle Untersuchungen, die zum Nachweis der Erfüllung der Anforderungen notwendig sind, auf ein Minimum reduziert werden. Dies spart Zeit und Kosten. Zur klassischen Sandwichbauweise ist der für eine zuverlässige Auslegung erforderliche Wissensstand vorhanden. Dies trifft auf die Sandwichbauweise mit offenen Deckhäuten nicht zu. Bei der Entwicklung von Sandwichplatten mit offenen Deckhäuten wird derzeit größtenteils auf Erfahrungswerte aus experimentellen Untersuchungen zurückgegriffen. Um den mangelnden Kenntnisstand zur Dimensionierung auszugleichen, ist vor allem bei Neuentwicklungen ein großer Aufwand für experimentelle Untersuchungen unumgänglich.

Diese Arbeit soll dazu beitragen, den bisherigen Kenntnisstand zu verbessern. Dies führt letztendlich zu einer Verminderung des Zeit- und Kostenaufwandes bei der Entwicklung einer Sandwichstruktur mit offenen Deckhäuten.

Die Zielstellung dieser Arbeit liegt in der Untersuchung des Versagensverhaltens der Gitterstäbe einer offenen Sandwichdeckhaut unter axialer Druckbelastung. Dies beinhaltet das Verständnis des Last-Verformungsverhaltens einzelner sowie mehrerer miteinander verbundener Gitterstäbe. Die gewonnenen Erkenntnisse sollen dem Konstrukteur als Hilfestellung dienen, mit der er bereits in frühen Phasen einer Entwicklung von Sandwichstrukturen mit offenen Deckhäuten Einfluss auf eine zielorientierte Gestaltung nehmen kann.

Zum Erreichen dieses Ziels sind geeignete experimentelle Untersuchungen durchzuführen. Das Verhalten der Gitterstäbe einer offenen Sandwichdeckhaut (vgl. Bild 1-2) unter axialer Druckbeanspruchung ist mit Hilfe analytischer und numerischer Berechnungsmethoden abzubilden und mit den experimentellen Untersuchungen zu vergleichen. Dabei sind sowohl einzelne Stäbe als auch Gitterausschnitte mit einer Vielzahl an Stäben zu betrachten.

1.2 Stand der Technik

Eine allgemeine Beschreibung der Dimensionierungsmethoden der Sandwichbauweise ist in [14][15][16][17] zu finden. Hierbei werden unter dem Gesichtspunkt der Dimensionierung lokale Formen von Instabilitäten (Deckhautknittern und interzelluläres Beulen) infolge Druckbeanspruchungen in den Sandwichdeckhäuten dargestellt.

Deckhautknittern

Viele Untersuchungen beschäftigen sich mit der Versagensform des kurzwelligen Knitterns der Deckhaut auf einer kontinuierlichen Bettung durch den Kern [18][19][20]. Bei diesem Versagensfall treten zwischen den theoretisch und experimentell ermittelten Belastungsgrenzen teilweise deutliche Unterschiede auf. Um diese Unterschiede auszugleichen werden in den analytischen Berechnungsmodellen empirisch ermittelte Abminderungsfaktoren berücksichtigt. Sowohl frühere als auch aktuelle Untersuchungen befassen sich mit der Bestimmung dieser Abminderungsfaktoren [21][22][23][24][25].

Die genannten theoretischen Berechnungsmodelle basieren dabei auf der Differentialgleichung des auf Druck beanspruchten Stabes oder der Platte auf elastischer Bettung [26]. Obwohl die ersten Untersuchungen zum Versagensfall des Knitterns von Sandwichdeckhäuten schon vor vielen Jahrzehnten durchgeführt wurden, werden aufgrund der nach wie vor bestehenden Unterschiede zwischen theoretischen und experimentell ermittelten Versagenslasten ständig weitere Lösungsansätze erarbeitet [27][28]. Neben der Beschreibung des Versagens mit Hilfe analytischer Methoden wird hierzu auch die Finite-Elemente-Methode (FEM) genutzt [29].

Die zuvor genannten Unterschiede zwischen den theoretisch und experimentell ermittelten Versagenslasten werden im Wesentlichen durch Imperfektionen verursacht. Dabei kann es sich sowohl um geometrische Imperfektionen der Deckhäute und des Kerns als auch um Inhomogenitäten im Werkstoff handeln. Während die bisher genannten Untersuchungen zum Deckhautknittern die Abweichungen über einen Korrekturfaktor ausgleichen, lassen sich die Imperfektionen auch im Lösungsansatz berücksichtigen [30][31][32].

Ein Beispiel hierfür stellt die Annahme einer sinusförmigen vorverformten Deckhaut auf einem Schaumkern dar [30]. Dabei wird der Berechnung die Annahme zu Grunde gelegt, dass die sinusförmige Vorverformung der Knickform der Sandwichdeckhaut entspricht. Infolge der Zunahme der Verformung der Deckhaut aus der Ebene heraus wird der Kern auf Zug oder Druck beansprucht. Neben der Berechnung der Spannungen in der Deckschicht werden diese ebenso im verwendeten Schaumkern berechnet. Für die Bewertung des Tragvermögens einer Sandwichplatte werden daher die Spannungen im Kern und in der Deckhaut herangezogen.

Ähnliche Untersuchungen basieren auf der natürlichen Beulform (diese wird mit Hilfe von FE-Modellen ermittelt) von Sandwichdeckhäuten auf Wabenkernen [31]. Diese Beulformen dienen als Grundlage für die Spannungsberechnung in vorverformten Sandwichdeckhäuten. Mit zunehmender Drucklast nimmt die Biegeverformung der vorverformten Deckhaut zu. Entsprechend nehmen die Spannungen in der Deckhaut und im Wabenkern zu. Damit konnte ein Versagen des Kerns infolge der sich verformenden Deckhaut ermittelt werden, was einen Bruch der Deckschicht zur Folge hat. Dies führt auf analytische Berechnungsmodelle, die basierend auf der Versagensspannung des Kerns und bei gegebener Vorverformung die Knitterspannung der Deckhaut ergeben.

Eine andere Möglichkeit stellt die Berücksichtigung von Imperfektionen in Form lokaler Schwachstellen der elastischen Bettung des Kerns dar [32]. Hierbei wird angenommen, dass der Kern beispielsweise infolge eines Einschlages mit einem weichen Objekt beschädigt wird. Während die Deckhaut unbeschädigt und ohne Vorverformung bleibt, weist der Kern im beschädigten Bereich eine Verringerung der elastischen Bettung auf.

Interzelluläres Beulen

Eine weitere Versagensform ist das lokale Beulen der Sandwichdeckhaut im Bereich einzelner Wabenzellen [33][34][35][36]. Diese Versagensform tritt nur bei zellförmigen Kernwerkstoffen auf, bei denen dünne Sandwichdeckhäute über einen größeren Bereich nicht gestützt werden. Üblicherweise wird hierzu die Differentialgleichung der Platte zu Grunde gelegt. Auch bei dieser Versagensform treten Unterschiede zwischen den theoretisch und experimentell ermittelten Versagenslasten auf. Die Ursachen für diese Abweichungen sind in Vorverformungen der Deckschichten (Bild 1-3) begründet und werden durch Korrekturfaktoren ausgeglichen.



Bild 1-3: Beispiel einer infolge des Fertigungsprozesses vorverformten Sandwichdeckhaut auf einem Wabenkern [37]

Die Größe der Vorverformungen der dünnen Sandwichdeckhäute auf einem Wabenkern hängt wesentlich vom Fertigungsprozess ab [37]. Eine gängige Fertigungsverfahren stellt die Herstellung von Sandwichplatten mit Hilfe eines Vakuumaufbaus dar. Infolge dieses Vakuumaufbaus werden die Deckschichten zwischen den Wabenstegen in Richtung der Wabenmitte verformt. Diese Vorverformung wird bei der Berechnung des Tragvermögens der Sandwichdeckhaut berücksichtigt. Neben dem Druck der im Fertigungsprozess auf die Deckhaut wirkt, wird weiterhin der Einfluss des Folienklebers auf die Biegesteifigkeit betrachtet. Zur Berücksichtigung der Vorverformung wird ein Stab mit einer sinusförmigen Vorverformung zwischen zwei Auflagern angenommen. Die maximale Größe der Vorverformung bildet sich dabei in der Mitte der Wabenzelle aus und nimmt zum Rand der Wabenzelle ab. Die Abnahme der Vorverformung quer zur Lastrichtung wird dabei über einen Korrekturfaktor für eine repräsentative Vorverformung berücksichtigt. Die Spannungsberechnung bezieht sich dabei auf die Deckschicht und auf den Kern.

Zweiachsige Beanspruchung

In realen flächigen Bauteilen treten in der Ebene nur selten Beanspruchungen in nur einer Richtung auf. Der zweiachsige Belastungszustand kann beispielsweise nach [14] mit einer Interaktionsbeziehung zwischen den zwei Beanspruchungsrichtungen beurteilt werden. Neben der anliegenden Beanspruchung werden hierfür die Festigkeiten in der jeweiligen Lastrichtung berücksichtigt. Je nach Versagensform (z.B. Deckhautknittern oder interzelluläres Beulen) sind unterschiedliche Interaktionsbeziehungen zu verwenden.

Bei Faserverbundstrukturen variieren weiterhin aufgrund der möglichen Faserorientierungen die Steifigkeiten der Deckhäute mit der Richtung [38][39]. Die Knitterfestigkeit ergibt sich daher in Abhängigkeit der Faserausrichtung und der Lastrichtung.

In [38] wird eine Vorgehensweise beschrieben, bei der durch eine Winkeltransformation der Deckhauteigenschaften sowie der Lasten die Knitterfestigkeit einer anisotropen Platte unter multiaxialer Belastung ermittelt werden kann.

Alternative Konzepte der Sandwichbauweise

Die Standardwerke zur Sandwichbauweise sowie die weiteren dargestellten Literaturstellen beschreiben ebene und geschlossene Sandwichdeckhäute. Ein abweichendes Konzept der Sandwichbauweise stellen wellenförmige Deckschichten auf einem Schaumkern dar (Bild 1-4) [40]. Der Vorteil liegt darin, dass bei nahezu gleichem Gewicht eines Abschnittes im Vergleich zu einer ebenen Deckhaut das Tragvermögen in Richtung der Wellenformen zunimmt. Quer zur Wellenform kommt es zu einer Verringerung der Steifigkeit und Festigkeit. Dies hat den Nachteil zur Folge, dass sich diese Form der Sandwichbauweise nur für eine Lastrichtung eignet.

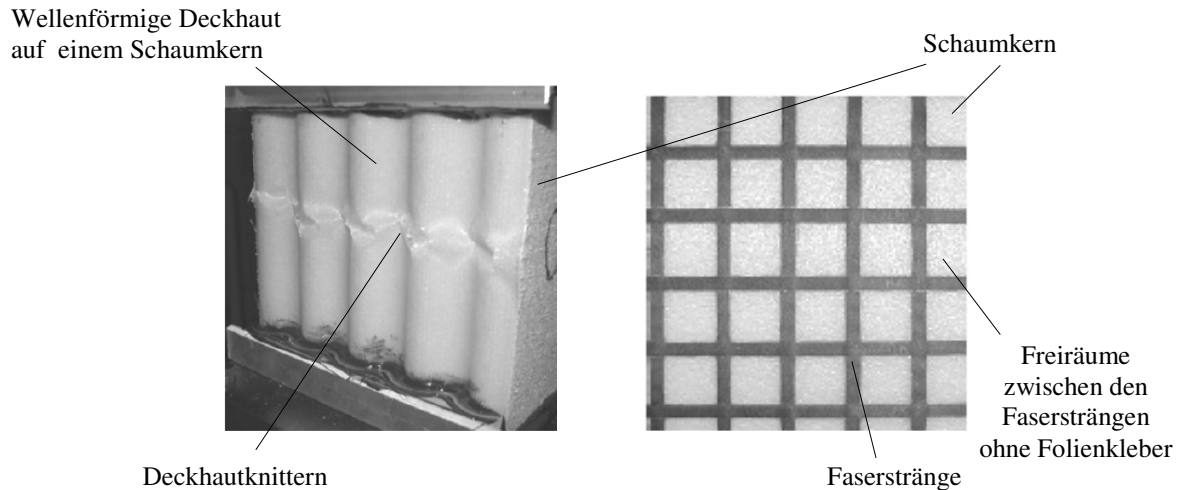


Bild 1-4: Beispiele für neue Konzepte der Sandwichbauweise: wellenförmige Sandwichdeckschichten (links) [40] und gitterartige Deckschichten aus Fasersträngen (rechts) auf einem Schaumkern [41]

Weitere Untersuchungen zu neuen Konzepten der Sandwichbauweise beziehen sich auf gitterartige Sandwichdeckschichten aus einzelnen Fasersträngen auf einem Schaumkern [41]. Dabei wird insbesondere der Vorteil dargestellt, dass durch die Verwendung einzelner Faserstränge und der damit entstehenden Freiräume ein Großteil des zur Anbindung an den Kern benötigten Folienklebers eingespart wird. Für die theoretischen Betrachtungen wird ein einzelner Stab (Faserstrang) auf einer elastischen Bettung betrachtet. Die Untersuchungen beschränken sich dabei auf theoretische Betrachtungen an FE-Modellen und analytischen Lösungen. Ergebnisse und Gegenüberstellungen zu experimentellen Untersuchungen stehen nicht zur Verfügung.

Eine Sichtung der gängigen Literatur zeigt, dass dem Konstrukteur zu den in dieser Arbeit behandelten offenen Sandwichdeckhäuten keine brauchbaren Informationen zur Verfügung stehen. Dies zeigt die Notwendigkeit grundlegender Untersuchungen zum Verhalten gitterartiger Sandwichdeckhäute auf Wabenkernen unter axialer Druckbeanspruchung.

2 Grundlagen

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit offenen gitterartigen Sandwichdeckhäuten (Bild 1-2), die bisher mittels vorhandener Verfahren für geschlossene Sandwichdeckhäute bezüglich einer Druckbeanspruchung dimensioniert werden. Die folgenden Abschnitte behandeln die Grundlagen für die beiden genannten Formen von Sandwichdeckhäuten. Ergänzend hierzu werden Grundlagen der Theorie 2. Ordnung für druckbeanspruchte Stäbe mit Vorverformung sowie der Übertragungsmatrizen für Dreigurtscheiben zur Berechnung der Lastverteilung in benachbarten Gitterstäben dargestellt.

2.1 Sandwichplatten mit geschlossenen Deckhäuten

Bei Sandwichplatten mit geschlossenen Deckhäuten handelt es sich um flächige Strukturen, bei denen drei oder mehr Einzelschichten flächig miteinander verklebt werden. Die durchgehend flächigen Deckschichten, die zu beiden Seiten des Kerns angeordnet sind, bestehen aus Materialien mit hohen Festigkeiten und Steifigkeiten und übernehmen die Normalkräfte aus Längskraft und Biegemoment (Bild 2-1). Zwischen den beiden Deckschichten liegt der Kern. Dieser hat die Aufgabe die Deckhäute zu stützen, Querschubkräfte zu übertragen und mit einer großen Kernhöhe für ein hohes Flächenträgheitsmoment der Sandwichplatte zu sorgen.

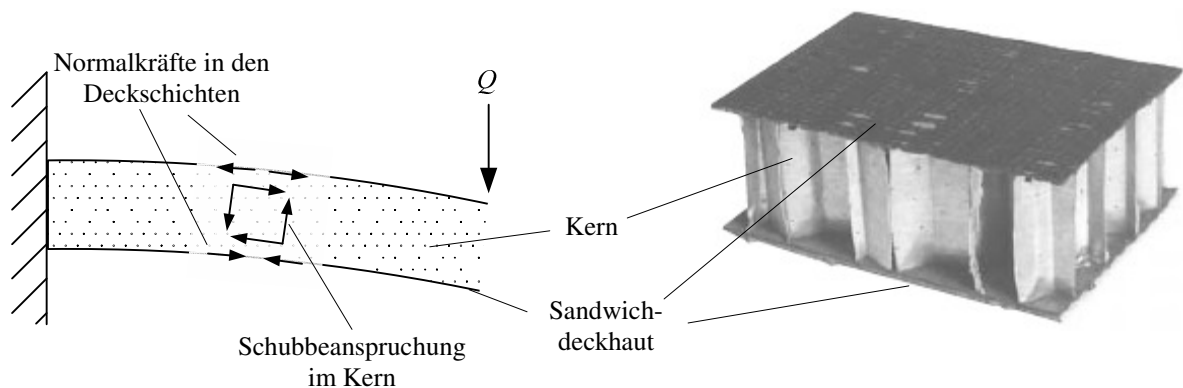


Bild 2-1: Sandwichbauweise mit kohlenstofffaserverstärkten Sandwichhäuten auf einem Aluminiumwabenkern (rechts)

Bei entsprechender Wahl der einzelnen Werkstoffe lässt sich damit eine flächige Struktur konstruieren, die die besonderen spezifischen Eigenschaften der Komponenten nutzt und damit hinsichtlich der spezifischen Biegefestigkeit und -steifigkeit deutlich über den Werten der einzelnen Komponenten liegt [42][43].

Neben den strukturmechanischen Aufgaben können von der Sandwichbauweise weitere Anforderungen, wie beispielsweise die Schall- oder Wärmeisolation, erfüllt werden.

2.1.1 Werkstoffe

Die Auswahl des Werkstoffes hängt sehr stark vom Verwendungszweck ab. Als Werkstoffe für die Deckhäute kommen üblicherweise Metalle, Faserverbunde und in einigen Fällen auch hochwertige Kunststoffe oder Hölzer zum Einsatz. Hierbei liegt das Augenmerk vor allem auf Werkstoffen mit hohen gewichtsspezifischen mechanischen Kennwerten (Steifigkeit und Festigkeit). Für den Kern hingegen kommen meist Schäume, diverse Wabenstrukturen oder Hölzer mit sehr niedriger Dichte in Frage (Bild 2-2) [42]. Diese müssen aber trotzdem eine gewisse Schubfestigkeit und -steifigkeit aufweisen.

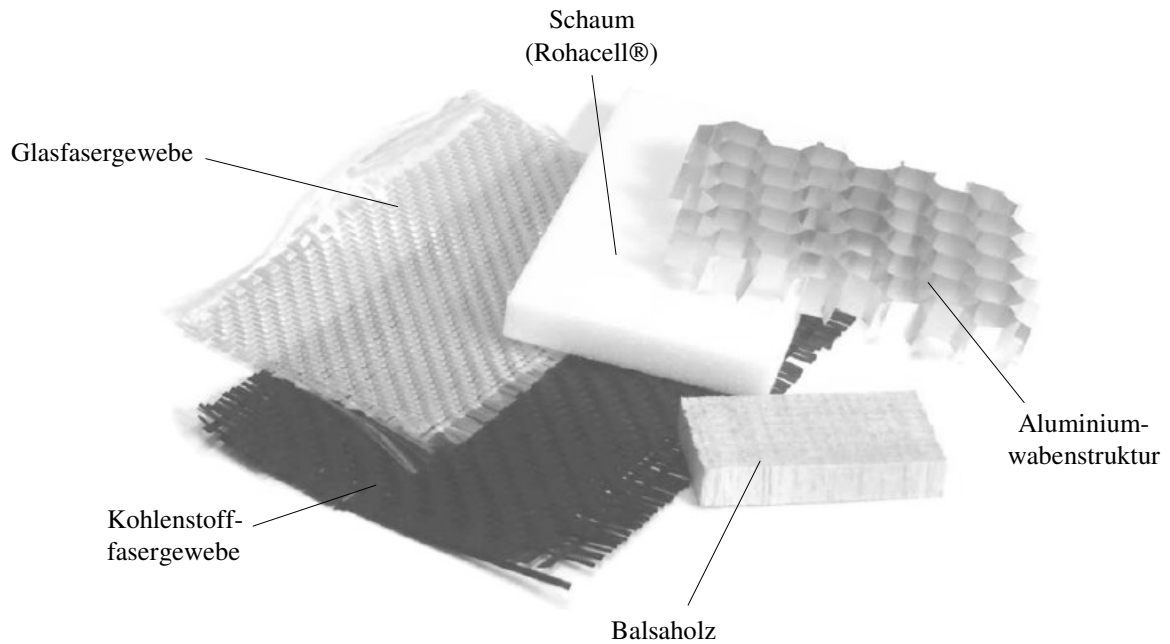


Bild 2-2: Beispiele für Faserhalbzeuge und Kernwerkstoffe zur Herstellung von Bauteilen in Sandwichbauweise

In der Luft- und Raumfahrt (z.B. militärische Hubschrauber) werden oftmals Deckhäute aus faserverstärkten Kunststoffen (CFK, AFK und GFK) in Kombination mit Wabenkernen verwendet (Bild 2-1 - rechte Seite). Im Bereich der Sportgeräte (z.B. Ski oder Surfbretter) hingegen, werden aus Kostengründen zum Großteil Deckhäute aus glasfaserverstärkten Kunststoffen mit einem Schaum- oder Holzkern kombiniert.

Je nach Verwendungszweck, den Ausgangsmaterialien und dem Bauteil erfolgt die Verarbeitung zur fertigen Sandwichstruktur in einem oder mehreren Prozessschritten. Bei der Fertigung von Sandwichstrukturen mit Deckhäuten aus Faser-Kunststoff-Verbunden in einem Schritt, dient die Matrix der Deckhäute gleichzeitig als Klebstoff zur Anbindung an den Kern. Werden hingegen bereits fertig ausgehärtete Deckhäute verwendet, ist eine separate Klebstoffschicht (Bild 2-3) zur Anbindung an den Kern nötig.

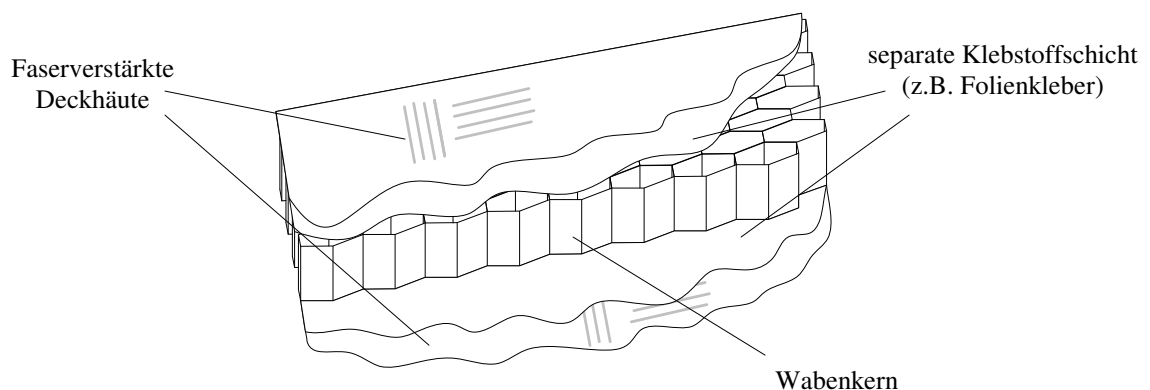


Bild 2-3: Sandwich bestehend aus ausgehärteten faserverstärkten Deckhäuten die mittels einer separaten Klebstoffschicht auf den Kern geklebt werden

2.1.2 Versagensformen

Bei der Auslegung von Sandwichstrukturen sind verschiedene Versagensmodi zu unterscheiden [14][15][16]: Während es im Falle einer Zugbeanspruchung zu einem Zugversagen der Deckhäute kommt, tritt bei einer Druckbeanspruchung meist ein Instabilitätsversagen auf. Dies kann vom globalen Knickversagen (bzw. Beulversagen) bis hin zum lokalen Deckhautknittern reichen (Bild 2-4).

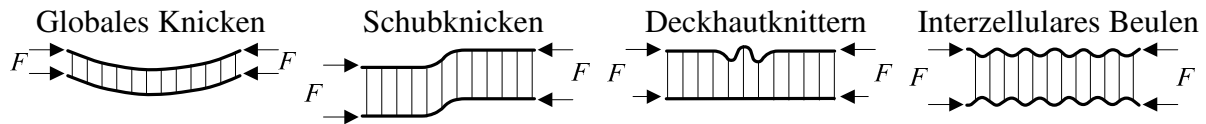


Bild 2-4: Stabilitätsversagensformen bei Sandwichplatten infolge axialer Druckbeanspruchung

Die damit verbundenen Bruchlasten liegen in der Regel deutlich unter der Versagenslast die sich aus der Druckfestigkeit des Deckhautwerkstoffes ergibt.

Globales Knicken

Wird eine Sandwichplatte in der Ebene auf Druck beansprucht, kann es zum Stabilitätsverlust der gesamten Struktur kommen [14]. Diese Versagensform ist dem Plattenbeulen (vgl. Abschnitt 2.4) gleich. Es handelt sich hierbei um keine sandwichspezifische Versagensform.

Schubknicken

Das Schubknicken ist von der Knickform dem globalen Knicken ähnlich, die Wellenlänge ist jedoch deutlich kleiner [14]. Bei dieser Versagensform verliert der Kern infolge einer nicht ausreichenden Schubsteifigkeit die Stabilität und es kommt zu einer Auslenkung aus der Ebene heraus. Das Material der Deckhäute hat darauf keinen Einfluss. Die Knickfestigkeit hängt im Wesentlichen nur vom Schubmodul des Kerns und der Sandwichgeometrie ab. Gleichung (2.1) beschreibt das Schubknicken bei Sandwichplatten mit zwei gleichen Deckhäuten.

$$\sigma_{crimp} = \frac{(t_k + t_d)^2}{(2t_d)t_k} G_k \quad (2.1)$$

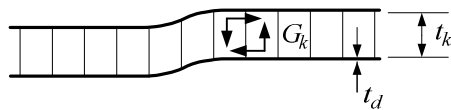


Bild 2-5: Versagensform Schubknicken einer Sandwichplatte

Deckhautknittern

Bei dieser Versagensform kommt es zu einem kurzwelligen Ausknicken einer oder beider Deckhäute [23]. Dabei verliert die auf dem Kern elastisch gebettete Deckhaut lokal die Stabilität (Bild 2-6). Bei dieser Versagensform wird die Versagenslast vor allem durch die Steifigkeit des Kerns in Dickenrichtung sowie der lokalen Biegesteifigkeiten der Deckhäute bestimmt.

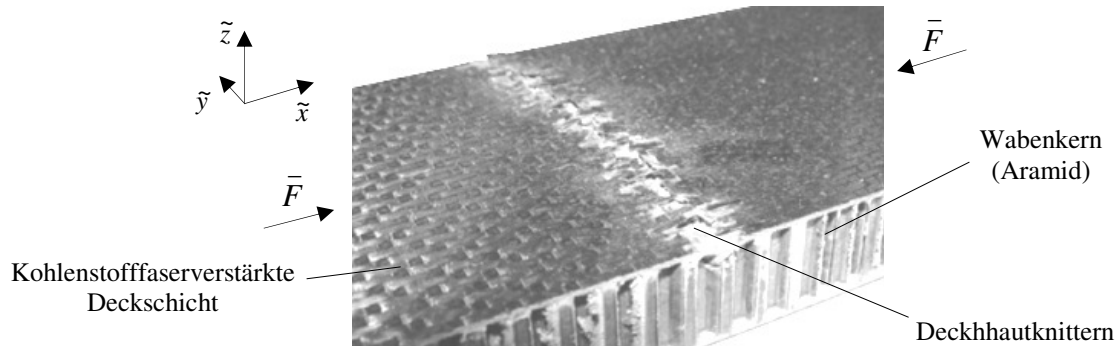


Bild 2-6: Versagensfall Deckhautknittern am Beispiel einer Sandwichplatte mit Wabenkern [24]

Das Deckhautknittern wird mit einfachen analytischen Beziehungen, auch „Knitterformeln“ genannt, beschrieben [15][16]. Bei einem symmetrischen Aufbau des Sandwichs zur Mittelebene wird unterschieden zwischen der symmetrischen und der antimetrischen Knitterform (Bild 2-7).

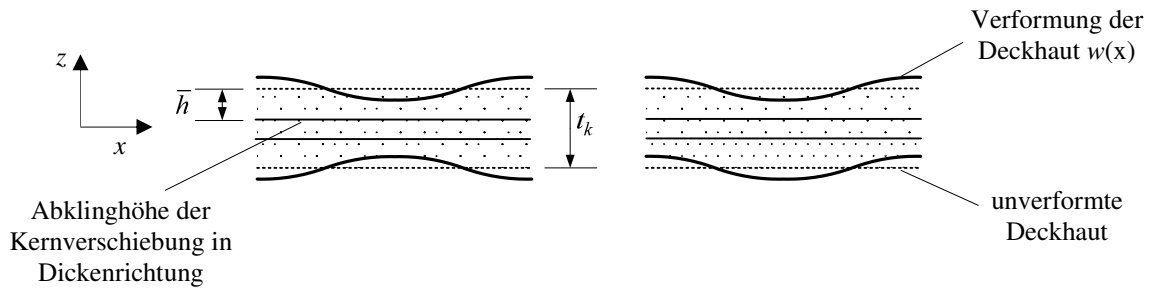


Bild 2-7: Symmetrische (links) und antimetrische Knitterform (rechts)

Die Kerndicke hat in Zusammenhang mit der Abklinghöhe \bar{h} einen Einfluss auf das zu verwendende Versagensmodell. Die Abklinghöhe gibt dabei an, wann die Kernverschiebung in Dickenrichtung abgeklungen ist. Eine Zusammenstellung der Gleichungen für die einzelnen Knitterformen ist in [23] gegeben. Dabei wird zwischen zwei Gleichungen für unterschiedliche Abklinghöhen unterschieden.

$$\bar{h} < \frac{t_k}{2} : \quad \sigma_{krit} = k_1 \sqrt[3]{E_d \cdot E_k \cdot G_k} + \beta_1 \cdot G_k \frac{t_k}{t_d} \quad (2.2)$$

$$\bar{h} > \frac{t_k}{2} : \quad \sigma_{krit} = k_2 \sqrt{\frac{E_d \cdot E_k \cdot t_d}{t_k}} + \beta_2 \cdot G_k \frac{t_k}{t_d} \quad (2.3)$$

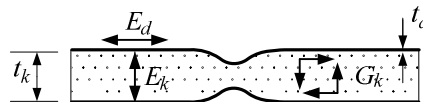


Bild 2-8: Symmetrische Form des Deckhautknitterns

Die Faktoren k und β resultieren aus der Unterscheidung zwischen einer symmetrischen und einer antimetrischen Knitterform der Deckhäute (Bild 2-7) [23].

Die Abklinglänge \bar{h} berechnet sich für die symmetrische Form des Deckhautknitterns zu

$$\bar{h} = 0,91 \cdot t_d \sqrt[3]{\frac{E_d \cdot E_k}{G_k^2}} \quad (2.4)$$

und für die antimetrische Knitterform gilt die Beziehung

$$\bar{h} = 1,5 \cdot t_d \sqrt[3]{\frac{E_d \cdot E_k}{G_k^2}}. \quad (2.5)$$

Die für die unterschiedlichen Sandwichkonfigurationen und Knitterformen gültigen Faktoren k und β sind in der Tabelle 2-1 dargestellt. In der Praxis wird der zweite Term der Gleichungen (2.2) und (2.3) oftmals vernachlässigt ($\beta=0$), da er zu unrealistisch hohen Knitterfestigkeiten führt [23].

Tabelle 2-1: Faktoren für symmetrische und antimetrische Knitterformen [23]

Mode	dicke Sandwichplatte $\bar{h} < t_k/2$		dünne Sandwichplatte $\bar{h} > t_k/2$	
	k_1	β_1	k_2	β_2
symmetrisch	0,91	0	0,817	0,167
antimetrisch	0,51	0,33	0,59	0,387

Eine weitere einfache Knitterformel, die oftmals für Sandwichplatten mit Wabenkernen genutzt wird, ergibt sich aus einer auf Einzelfedern elastisch gebetteten Deckhaut. Die Einzelfedern resultieren aus den Wabenstegen (Bild 2-9).

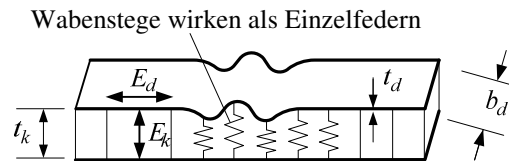


Bild 2-9: Knittern der Deckhaut auf einem Wabenkern

Diese Form der Bettung ist durch die fehlende Schubkoppelung zwischen den Federn sowie der vernachlässigten Längssteifigkeit des Kerns charakterisiert. Dies führt basierend auf der nach *Emil Winkler* benannten „Winklerbettung“ zu der folgenden Beziehung [23]:

$$\sigma_{krit} = k \sqrt{\frac{E_d \cdot E_k \cdot t_d}{t_k}} \quad (2.6)$$

Diese entspricht Gleichung (2.3) ohne den zweiten Term. Zur Veranschaulichung der Bedeutung der Biegesteifigkeit EI_d der Deckhaut lässt sich die Beziehung wie folgt schreiben:

$$\sigma_{krit} = \frac{k}{b_d \cdot t_d} \sqrt{\frac{12 \cdot E_k \cdot b_d}{t_k} EI_d} \quad (2.7)$$

$$\text{mit } EI_d = \frac{E_d \cdot b_d \cdot t_d^3}{12} \quad (b_d = \text{Deckhautbreite}). \quad (2.8)$$

Wie sich in der Praxis zeigt, wird bei allen vorgestellten analytischen Beziehungen die theoretische Knitterfestigkeit nicht erreicht. Die experimentell ermittelten Knitterfestigkeiten sind meist erheblich kleiner. Die Ursachen dafür sind in Imperfektionen der Sandwichdeckhäute und des Kerns begründet. Diese können neben geometrischen Imperfektionen wie beispielsweise Unebenheiten in den Sandwichdeckhäuten, wobei die

Größe der Vorverformungen meist unbekannt ist, auch Ungleichmäßigkeiten im Material sein. Dies trifft sowohl auf den Kernwerkstoff als auch auf die Deckschichten zu.

In der Praxis hat sich die Knitterformel (2.2) für isotrope Kernwerkstoffe (Schäume) als sinnvoll erwiesen. Für Wabenkerne wird meist (2.6) verwendet [23]. Basierend auf experimentellen Untersuchungen werden die theoretischen Vorfaktoren abgemindert auf die in Tabelle 2-2 angegebenen Werte [14][15][18][21].

Tabelle 2-2: Empirisch ermittelte Vorfaktoren zur Anwendung der theoretischen Beziehungen des Deckhautknitterns in der Praxis bei Verwendung von Schaum- und Wabenkernen

		Theorie	Praxis
k_1 für (2.2)	[-]	0,91	0,5 ... 0,91
k für (2.6)	[-]	0,816	0,33 ... 0,816

In der Realität werden flächige Strukturen üblicherweise zweiachsig beansprucht. Die allgemeine zweiachsige Beanspruchung einer Platte weist neben der Beanspruchung in Richtung der \tilde{x} - und \tilde{y} -Achse auch eine Schubbeanspruchung in der Ebene auf. Die hier untersuchte gitterartige Deckhaut eignet sich aufgrund der Stabanordnung jedoch nur bedingt zur Übertragung von Schublasten. Daher werden hier nur die Beanspruchungen in Richtung der beiden Achsen betrachtet.

Dieser Lastfall kann beispielsweise nach [14] mit der Interaktionsbeziehung (2.9) für zweiachsige Beanspruchungen (Bild 2-10) beurteilt werden. Die \tilde{y} -Richtung entspricht dabei der Lastrichtung mit der größeren Druckbeanspruchung.

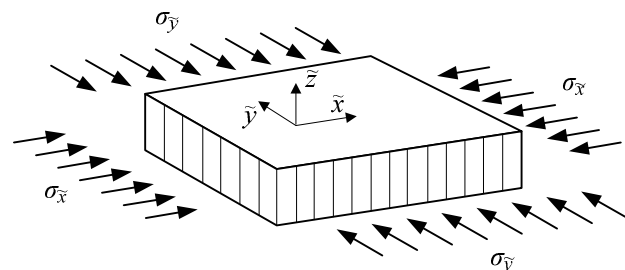
$$1 = \left(\frac{\sigma_{\tilde{x}}}{\sigma_{\tilde{x} \text{ krit}}} \right)^3 + \frac{\sigma_{\tilde{y}}}{\sigma_{\tilde{y} \text{ krit}}} \quad (2.9)$$


Bild 2-10: Zweiachsige Beanspruchung einer Sandwichplatte

Interzelluläres Beulen

Die Versagensform des interzellulären Beulens tritt im Rahmen der genannten Beispiele der Sandwichbauweise nur bei Sandwichplatten mit Wabenkernen auf. Dabei kommt es zum Beulen der Deckhaut innerhalb einer Wabenzelle (Bild 2-11).

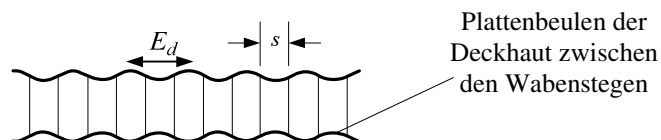


Bild 2-11: Plattenbeulen der Sandwichdeckhaut innerhalb der Wabenzellen des Kerns

Die kritische Spannung für diesen Versagensfall ergibt sich nach [19] aus der Beziehung (2.10). Der Beulfaktor k resultiert aus experimentellen Untersuchungen und berücksichtigt

bereits Imperfektionen in den Sandwichdeckhäuten, die Lagerung auf den Wabenstegen und die hexagonale Form der Wabenzellen.

$$\sigma_{krit} = k \cdot \frac{E_d}{(1-\nu_d^2)} \left(\frac{t_d}{s} \right)^2 \quad \text{mit } k=2. \quad (2.10)$$

Unter der Annahme einer allseits gelenkig gelagerten quadratischen Platte ergibt sich vergleichbar dem Plattenbeulen nach [46] ein Beulwert von $k = 3,28$ für die Gleichung (2.10). Wird die Versagensspannung für orthotrope Sandwichdeckhäute berechnet, sind unterschiedliche Steifigkeiten E_d in beide Richtungen zu berücksichtigen [42]:

$$\sigma_{krit} = k \cdot \left(\frac{t_d}{s} \right)^2 \frac{\sqrt{E_{dx} E_{dy}}}{(1-\nu_{dx} \nu_{dy})}. \quad (2.11)$$

Nach [14] kann die Festigkeit bei einer zweiachsigen Beanspruchung (vgl. Bild 2-10) beispielsweise mit der folgenden Beziehung beurteilt werden:

$$1 = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x} krit}} + \frac{\sigma_{\bar{y}}}{\sigma_{\bar{y} krit}}. \quad (2.12)$$

Neben der Druckbeanspruchung in den Deckschichten können weiterhin Schubbeanspruchungen in der Ebene zu einem Stabilitätsversagen führen. Weitere Informationen hierzu sind beispielsweise in [14] gegeben.

2.2 Sandwichplatten mit offenen Deckhäuten

Muss das Gewicht der ohnehin schon sehr leichten Sandwichstrukturen weiter gesenkt werden, so sind die geschlossenen Sandwichdeckhäute durch „offene“ Deckhäute zu ersetzen (Bild 2-12). Auf Grundlage eines Patents (United States Patent - Nr. 4092453) von W. Jonda, *Messerschmitt-Bölkow-Blohm GmbH* [47], werden „offene“ Sandwichdeckhäute bereits seit vielen Jahren von der Firma *EADS-Astrium* für Solargeneratoren verwendet.

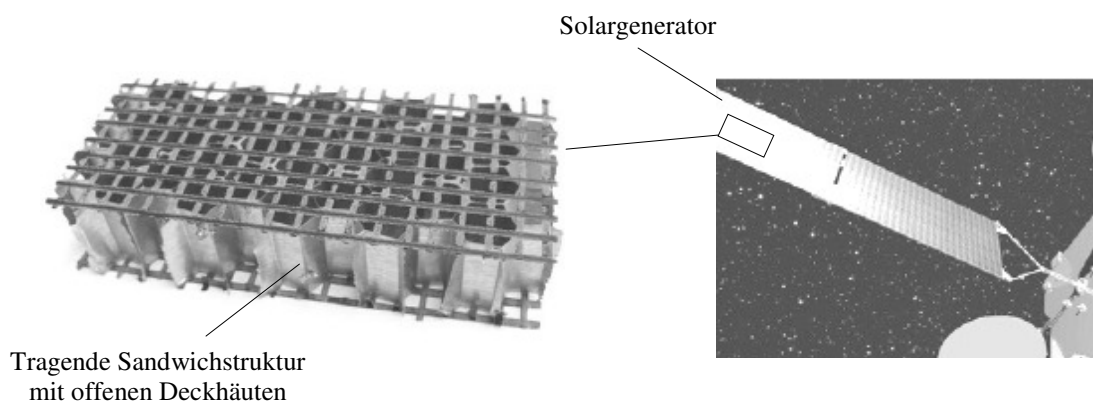


Bild 2-12: Offene Sandwichdeckhaut am Beispiel eines Solargenerators [11]

Während zur Dimensionierung geschlossener Sandwichdeckhäute umfangreiche Untersuchungen und Theorien vorhanden sind, stehen zur Dimensionierung von „offenen“ Deckhäuten praktisch keine theoretisch untermauerten Verfahren zur Verfügung, so dass nur praktische Erfahrungen genutzt werden können.

2.2.1 Bauweise

Bei dieser Form der Sandwichbauweise besteht eine Deckhaut nur noch aus einem durch einzelne kohlenstofffaserverstärkte Stäbe gebildeten Gitter (Bild 2-13).

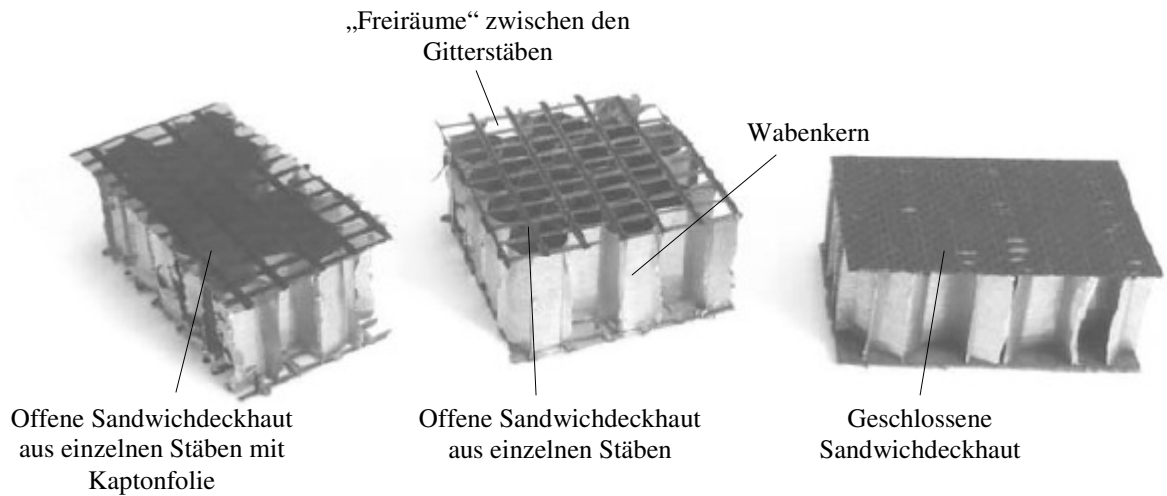


Bild 2-13: „Offene“ Sandwichdeckhäute bestehend aus einzelnen Kohlenstofffasersträngen auf einem Wabenkern

Die Anzahl und Richtung der einzelnen Stäbe hängt von den zu erwartenden Beanspruchungen ab und wird hauptsächlich auf Basis von Erfahrungswerten festgelegt. Nach der Fertigung der gitterartigen Deckhäute werden diese in einem separaten Arbeitsschritt mit einem Folienkleber auf den Aluminiumwabenkern geklebt. Durch die gitterartige Anordnung der Stäbe entstehen zwischen den Stäben Freiräume in denen keine Klebeschicht benötigt wird. Der überschüssige Folienkleber an diesen Stellen wird während des Fertigungsprozesses abgesaugt (vgl. Vakuumaufbau [48]), was bei gleicher Fasermenge einen Gewichtsvorteil gegenüber der geschlossenen Sandwichdeckhaut zur Folge hat.

Hinsichtlich des Tragvermögens ergibt sich die Besonderheit, dass eine Sandwichdeckhaut aus einzelnen Stäben im Vergleich zu einer geschlossenen Deckhaut bei gleichem Ausgangswerkstoff und Gewicht (bzw. gleicher Querschnittsfläche) ein höheres lokales Flächenträgheitsmoment aufweist. Dieses ist für die lokale Stabilität von Bedeutung (vgl. Gleichung (2.7)). Bild 2-14 zeigt zur Veranschaulichung zwei rechteckige Querschnitte mit gleicher Querschnittsfläche A und unterschiedlichem Flächenträgheitsmoment I_y .

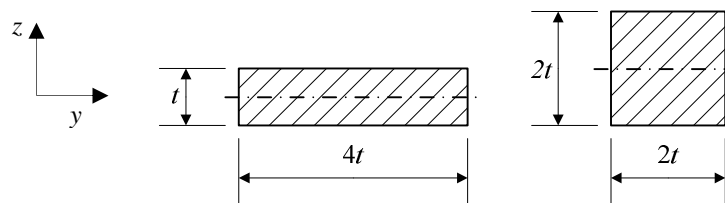


Bild 2-14: Beispiele rechteckiger Querschnittsformen der Deckhautstäbe

$$A = 4t^2 \qquad A = 4t^2 \qquad (2.13)$$

$$I_y = \frac{1}{3}t^3 \qquad I_y = \frac{4}{3}t^3 \qquad (2.14)$$

Wie zu sehen ist, erhöht sich durch eine Verdopplung der Stabhöhe die Flächenträgheit des Querschnittes um den Faktor vier.

2.2.2 Dimensionierung

Im Rahmen einer Dimensionierung kann bisher nur auf bereits vorhandene Dimensionierungsmethoden der Sandwichbauweise mit geschlossenen Deckhäuten zurückgegriffen werden. Eine Möglichkeit der Dimensionierung besteht darin, die Gleichung (2.6) für den Versagensfall des Deckhautknitters zu verwenden. Üblicherweise wird aus der Querschnittsfläche A eines Faserstrangs und dem Abstand g zum benachbarten Faserstrang (Bild 2-15) die „verschmierte“ Ersatzwanddicke t_d einer fiktiven geschlossenen Sandwichdeckhaut bestimmt.

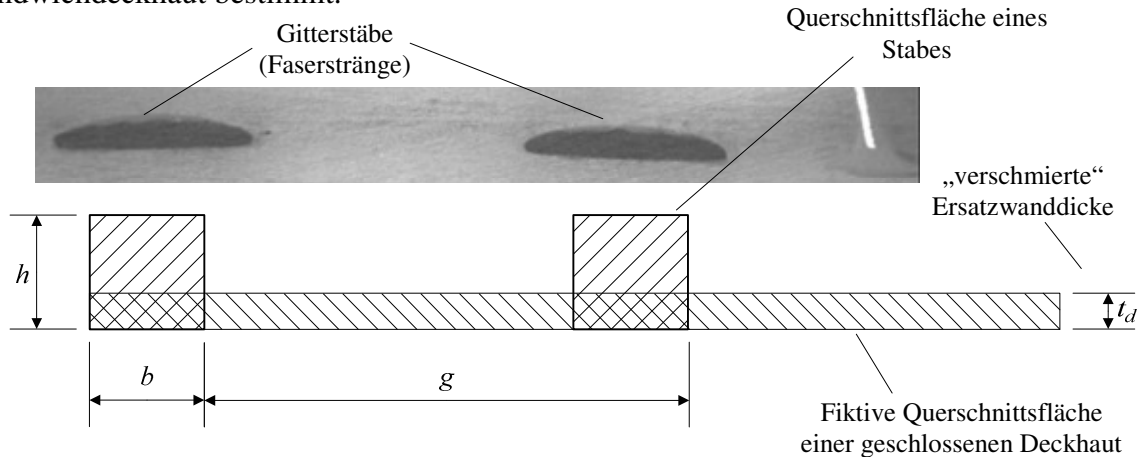


Bild 2-15: „Verschmierte“ Ersatzwanddicke einer fiktiven geschlossenen Deckhaut die aus den realen Querschnittsabmessungen der Gitterstäbe ermittelt wird

Für jede Stabrichtung (bzw. Faserrichtung) resultiert aus der Gleichstellung der beiden Querschnittsflächen A (realer Querschnitt des Stabes und fiktive Querschnittsfläche einer geschlossenen Deckhaut) eine eigene fiktive Wanddicke t_d .

$$A = t_d \cdot g = b \cdot h \quad (2.15)$$

$$t_d = \frac{b \cdot h}{g} \quad (2.16)$$

Die gesamte „verschmierte“ Wanddicke der Deckhaut ergibt sich aus den einzelnen Anteilen der Schichten für die einzelnen Stabrichtungen.

Werden die Biegespannungen in den Sandwichdeckhäuten für Biegeproben (globale Betrachtung) berechnet, können bei im Vergleich zur Kernhöhe sehr dünnen Deckhautdicken t_d deren Eigenflächenträgheitsmomente I_d vernachlässigt werden. Die Knitterspannung der Deckhaut hingegen basiert nur auf deren Eigenanteil des Flächenträgheitsmomentes (vgl. Gleichung (2.7)) und hängt damit direkt von der Wanddicke t_d ab. Die zuvor vorgestellte Herleitung zur Berechnung der äquivalenten Wanddicke bezüglich der Querschnittsfläche A ist somit nicht ausreichend. Es ist zu unterscheiden in eine äquivalente Wanddicke für die Flächenträgheit \bar{t}_d und für die Querschnittsfläche t_d . Diese Herleitung der äquivalenten Wanddicke für die Flächenträgheit \bar{t}_d ist im Folgenden am Beispiel eines rechteckigen Stabquerschnittes (vgl. Bild 2-14 und Bild 2-15) dargestellt.

$$I = \frac{h^3 \cdot b}{12} = \frac{t_d^* \cdot g}{12} \quad (2.17)$$

$$\bar{t}_d = h \cdot \sqrt[3]{\frac{b}{g}} \quad (2.18)$$

Wird mit der Gleichung (2.7) die Knitterspannung bestimmt, ist zu beachten, dass sich die Biegesteifigkeit EI_d der Deckhaut aus \bar{t}_d ergibt und die Spannung selbst auf t_d bezogen ist.

2.3 Gerade Stäbe unter Druckbeanspruchung

Bei reiner axialer Zugbeanspruchung eines Stabes tritt bei Erreichen der Bruchspannung des verwendeten Werkstoffes Versagen ein. Wird ein Stab axial auf Druck beansprucht, tritt auch hier bei Erreichen der zulässigen Druckbeanspruchung Materialversagen auf. Bei schlanken Stäben muss jedoch zusätzlich Stabilitätsversagen berücksichtigt werden.

Ab einer bestimmten axialen Druckbeanspruchung existieren neben der Stauchung des Stabes auch Gleichgewichtslagen die mit einer Biegeverformung verknüpft sind. Diese Grenzlaster (Verzweigungspunkt der Gleichgewichtspfade) wird auch als Knicklast bezeichnet. Nach Überschreiten dieser treten schlagartig sehr große Biegeverformungen w auf (Bild 2-16), die meist zu einem Überschreiten der zulässigen Spannungen im Werkstoff und damit zu Strukturversagen führen [44].

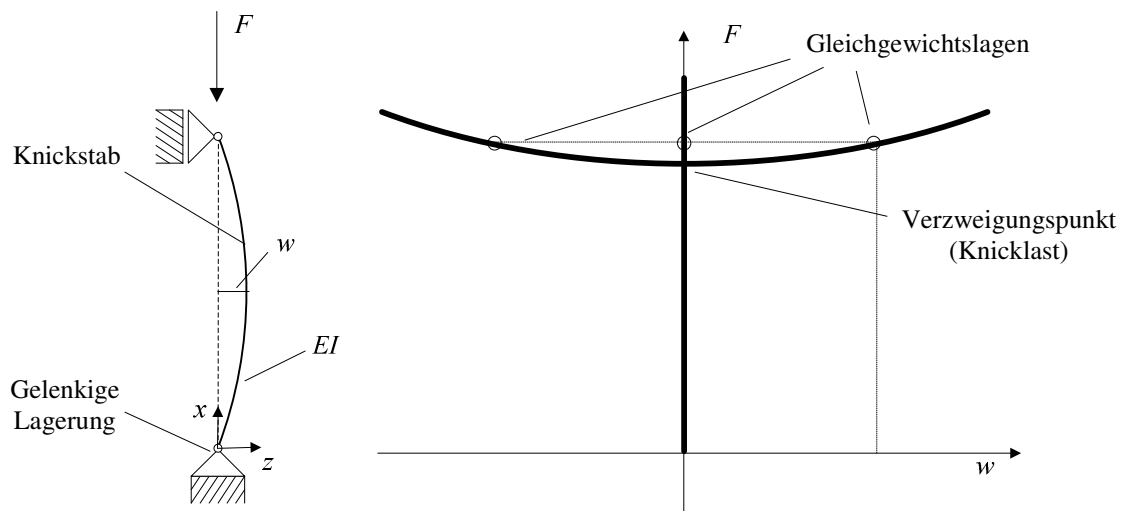


Bild 2-16: Verzweigungsproblem bei Stäben unter axialer Druckbeanspruchung

Die Grundlage zur Berechnung der Knicklast bildet die homogene Differenzialgleichung des auf Druck beanspruchten ideal geraden Stabes. Bei Vernachlässigung der Schubsteifigkeit lautet diese [44]:

$$EI w(x)'''' + F w(x)'' = 0. \quad (2.19)$$

Für die dargestellte Differenzialgleichung gilt die folgende allgemeine Lösung [44]:

$$w(x) = K_1 + K_2 \cdot \frac{x}{l} + K_3 \cdot \cos\left(\bar{\mu} \frac{x}{l}\right) + K_4 \cdot \sin\left(\bar{\mu} \frac{x}{l}\right) \quad (2.20)$$

$$\text{mit } \bar{\mu} = \sqrt{\frac{Fl^2}{EI}}. \quad (2.21)$$

Mit vier Randbedingungen sind die unbekannten Integrationskonstanten K_i der allgemeinen Lösung zu bestimmen. In Matrixschreibweise ergibt sich damit ein charakteristisches Gleichungssystem zu Ermittlung der Integrationskonstanten $\{K\}$.

$$[B] \cdot \{K\} = \{0\} \quad (2.22)$$

Für das dargestellte Gleichungssystem existiert nur dann eine nichttriviale Lösung, wenn die Koeffizientendeterminante $\text{Det}[B]$ dieses Systems verschwindet [44]. Die Berechnung der Nullstellen der Koeffizientendeterminante liefert damit als nichttriviale Lösung die Knicklasten F_{krit} des betrachteten Stabes. Für die real beanspruchte Struktur ist dabei nur die Nullstelle mit der niedrigsten Last (wobei $F \neq 0$ gilt) von Bedeutung.

Für einfache Konfigurationen lassen sich die Nullstellen leicht bestimmen. Die bekanntesten Beispiele hierfür sind die in Bild 2-17 dargestellten Knickfälle nach *Euler* [44][45].

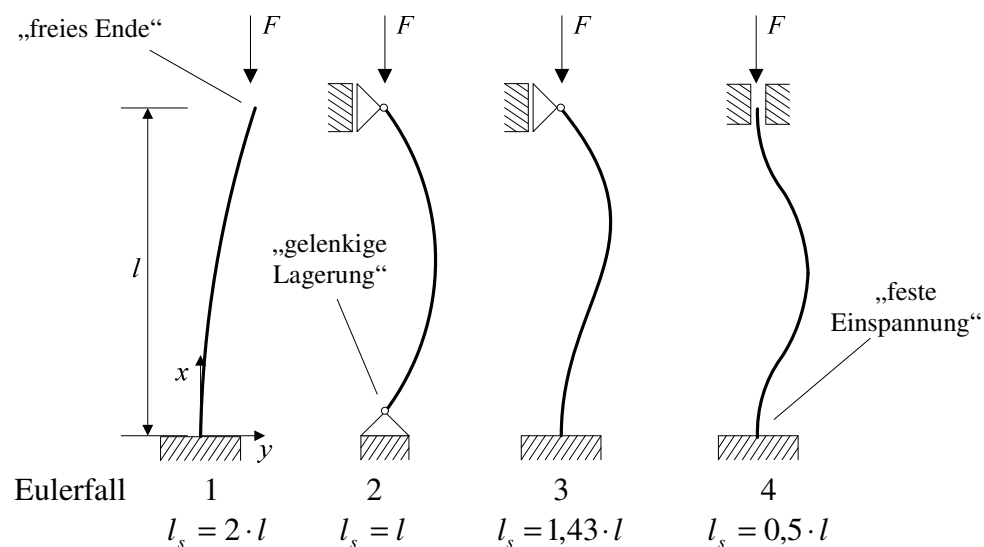


Bild 2-17: Knickstäbe nach Euler mit den Lagerbedingungen „freies Ende“, „gelenkige Lagerung“ und „feste Einspannung“

Die Stabknicklast folgt mit der fiktiven Knicklänge l_s aus

$$F_{krit} = \frac{\pi^2}{l_s^2} EI. \quad (2.23)$$

Mit den idealisierten Lagerbedingungen „gelenkige Lagerung“ und „feste Einspannung“ können viele Problemstellungen hinsichtlich des Stabilitätsverhaltens von druckbeanspruchten Stäben behandelt werden.

Für Problemstellungen, die nicht mit den Eulerfällen abgedeckt werden, lassen sich unterschiedliche Lagerbedingungen, wie beispielsweise Dreh- oder Linearfedern, berücksichtigen. Durch eine Unterteilung des betrachteten Stabes in einzelne Abschnitte lassen sich weiterhin Lager zwischen den beiden Stabenden mit einbeziehen. Dies führt auf Eigenwertprobleme die üblicherweise mit geeigneten Berechnungsprogrammen (z.B. *Matlab*® oder *Mathematica*®) gelöst werden. Neben der exakten Lösung des Eigenwertproblems eignen sich auch Näherungsverfahren zur Bestimmung der Knicklast [46].

2.4 Ebene Platten unter Druckbeanspruchung

Ähnlich den Stäben treten auch bei druckbeanspruchten Platten Stabilitätsprobleme auf. Für orthotrope Platten mit Rändern parallel zu den Orthotropieachsen gilt nach [42] die folgende Differentialgleichung für eine Beanspruchung in x -Richtung:

$$D_x w'''' + D_{xy} w'''' + D_y w'''' + p_x w'' = 0 \quad (2.24)$$

mit den Plattensteifigkeiten

$$D_x = \frac{E_x t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)}, \quad (2.25)$$

$$D_y = \frac{E_y t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \quad (2.26)$$

$$\text{und } D_{xy} = \frac{G_{xy} t^3}{12}. \quad (2.27)$$

Die niedrigste Last, bei der die Platte beult, hängt von den Lagerungen der Ränder und dem Verhältnis der Kantenlängen (welches die Anzahl der Beulwellen beeinflusst) ab. Der Beulwert k als Funktion der Lagerung und dem Verhältnis der Kantenlängen kann beispielsweise in [44] und [46] nachgeschlagen werden. Damit lässt sich die Knicklast für orthotrope Rechteckplatten, beansprucht durch die Streckenlast n_x , wie folgt formulieren [42]:

$$n_x = k \frac{\pi^2}{b^2} \sqrt{D_x D_y}. \quad (2.28)$$

Eine andere übliche Form der Gleichung (2.28) lautet:

$$\sigma_x = k \frac{\pi^2 \sqrt{E_x E_y}}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \left(\frac{t}{b} \right)^2. \quad (2.29)$$

Wie bereits zu den Dimensionierungsmethoden der Sandwichbauweise beschrieben, sind Platten üblicherweise einer zweiachsigen Beanspruchung (vgl. Bild 2-10) ausgesetzt. Zur Beschreibung der Interaktion zwischen den angreifenden Lasten für eine Platte mit quadratischen Abmessungen kann beispielsweise die Gleichung (2.30) genutzt werden [46].

$$1 = \frac{\sigma_x}{\sigma_{x \text{ krit}}} + \frac{\sigma_y}{\sigma_{y \text{ krit}}} \quad (2.30)$$

2.5 Stäbe mit Vorverformung unter Druckbeanspruchung

Neben der Beanspruchungsgrenze durch die Bruchspannung begrenzt auch die „Knicklast“ die maximale Belastung des ideal geraden Stabes. In der Realität ist es jedoch unmöglich, Stäbe ohne Imperfektionen herzustellen [49] und perfekt zu lagern. Alle Stäbe besitzen, wenn teilweise auch sehr kleine, Imperfektionen in der Geometrie und im Material. In diesem Fall treten infolge der Druckbeanspruchung Biegeverformungen w , was in der Literatur oftmals auch als „Druckbiegung“ bezeichnet wird, und die damit verbundenen Biegespannungen auf. Wenn die Biegespannungen die Bruchspannung des Werkstoffes erreichen tritt Strukturversagen ein, dieser Fall wird üblicherweise als „Spannungsproblem“ bezeichnet.

Jede Abweichung vom perfekten Stab verringert damit die übertragbare Last. Im Bauingenieurwesen werden solche Imperfektionen bei Festigkeitsnachweisen (z.B. für Stahlträger) standardmäßig berücksichtigt [50].

Zur Berücksichtigung der geometrischen Imperfektionen (Vorverformung w_0 mit der maximalen Größe e) von Stäben ist das Gleichgewicht am infinitesimal kleinen Element zu betrachten (Bild 2-18).

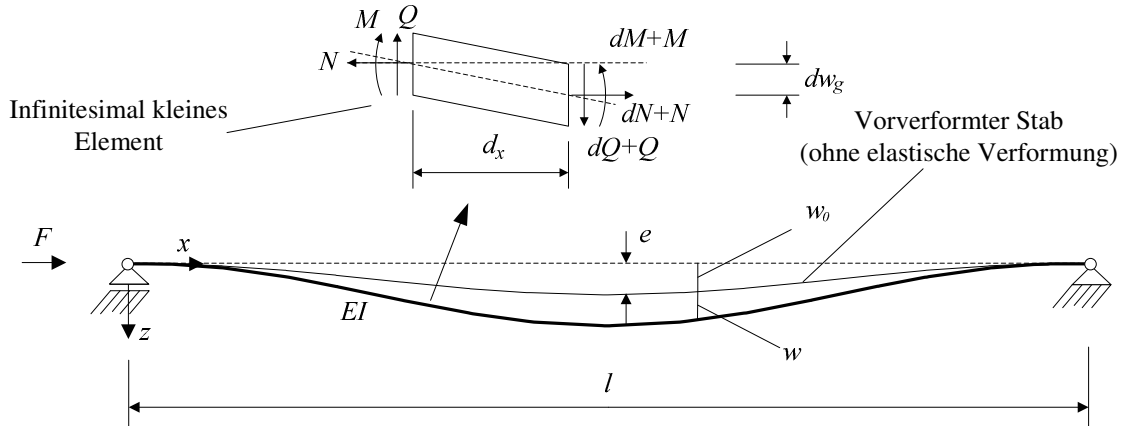


Bild 2-18: Gleichgewicht am infinitesimal kleinen Element eines vorverformten Stabes unter Drucklast

Daraus resultiert die inhomogene Differentialgleichung des auf Druck beanspruchten Stabes (schubstarr) mit der Vorverformung w_0 [44].

$$EIw''''(x) + Fw''(x) = -Fw_0''(x) \quad (2.31)$$

Die linke Seite der Differentialgleichung entspricht der homogenen Differentialgleichung, die bereits für die Stabilitätsbetrachtungen des perfekten Stabes verwendet wurde (vgl. Abschnitt 2.3). Damit ergibt sich für den homogenen Teil der DGL ebenso die Lösung (2.20) wie beim Stabilitätsproblem. Infolge der Vorverformung kommt jedoch ein partikulärer Anteil, der die Vorverformung w_0 berücksichtigt, hinzu. Der Lösungsansatz für die partikuläre Lösung basiert auf einem „Ansatz vom Typ der Inhomogenität“ [51]. Unter der Annahme einer kosinusförmigen Vorverformung führt dies auf die folgende allgemeine Lösung der DGL:

$$w(x) = \underbrace{K_1 + K_2 \cdot \left(\frac{x}{l}\right) + K_3 \cdot \cos\left(\bar{\mu} \frac{x}{l}\right) + K_4 \cdot \sin\left(\bar{\mu} \frac{x}{l}\right)}_{\text{homogene Lösung}} + \underbrace{\frac{e}{2} \frac{\bar{\mu}^2}{\bar{\mu}^2 - 4\pi^2} \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{l}\right)}_{\text{partikuläre Lösung}} \quad (2.32)$$

$$\text{mit } \bar{\mu} = \sqrt{\frac{Fl^2}{EI}} \quad (2.33)$$

$$\text{und } w_0\left(\frac{x}{l}\right) = \frac{e}{2} \left(1 - \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{x}{l}\right)\right). \quad (2.34)$$

Zur Bestimmung der Integrationskonstanten K_i müssen vier Randbedingungen erfüllt werden. Dies führt auf ein lineares Gleichungssystem zur Ermittlung des Integrationskonstanten $\{K\}$:

$$[B] \cdot \{K\} = \{p\}, \quad (2.35)$$

Mit $e = 0$, was einem ideal geraden Stab entspricht, wird der partikuläre Anteil $\{p\}$ des Lösungsansatzes zu Null und (2.32) geht in (2.20) für Stabilitätsprobleme über. Aus dem Bild 2-19 wird damit deutlich, dass das Stabilitätsproblem ein Sonderfall des allgemeinen Spannungsproblems darstellt [45].

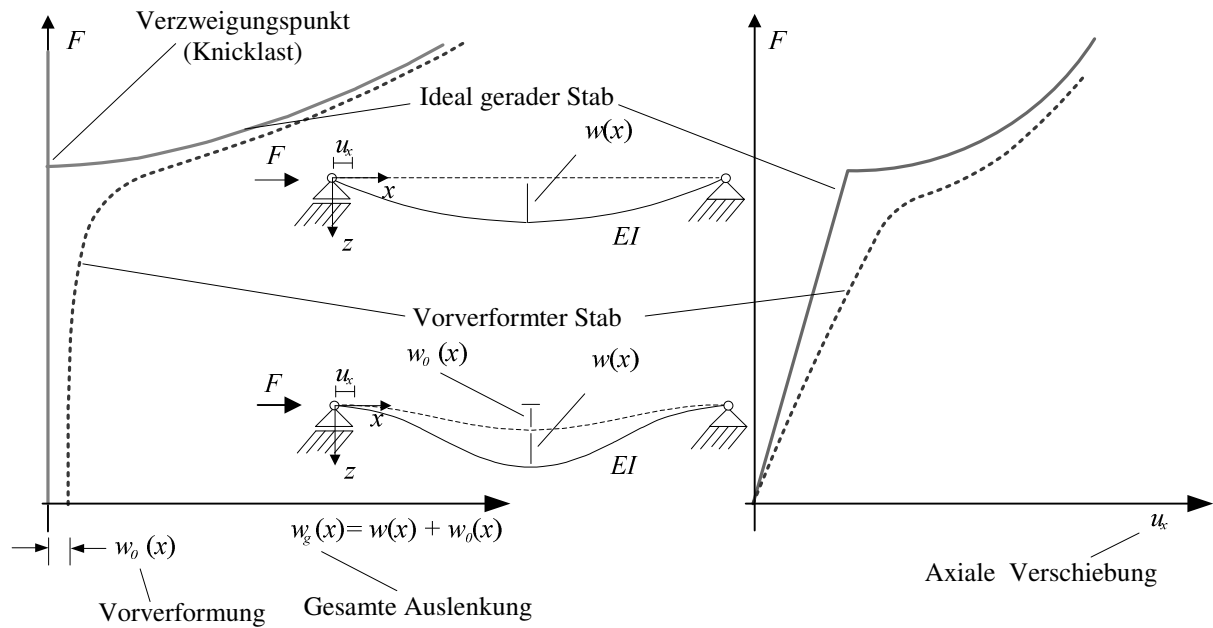


Bild 2-19: Stabilitäts- und Spannungsproblem druckbeanspruchter Stäbe mit gelenkiger Lagerung

Durch zweimaliges Differenzieren der Biegelinie $w(x)$ folgt das zur Berechnung der Biegespannungen benötigte Biegemoment $M(x)$ zu:

$$M(x) = -EIw''(x). \quad (2.36)$$

Die aus einer axialen Drucklast resultierenden Spannungen im imperfekten Stab (z.B. in der Randfaser $z = \pm h/2$) werden wie folgt ermittelt:

$$\sigma(x) = \frac{F}{A} \pm \frac{M(x)}{I} \cdot \frac{h}{2}. \quad (2.37)$$

Bei Erreichen der Bruchspannungen tritt Strukturversagen ein. Abhängig vom Werkstoff und der Lagerung des betrachteten Stabes mit der Länge l sind die Auswirkungen der Vorverformungen (mit der maximalen Größe e) auf das Tragvermögen erheblich. Bild 2-20 zeigt dies am Beispiel eines Stabes aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff (basierend auf den Kenndaten der in dieser Arbeit verwendeten Werkstoffe).

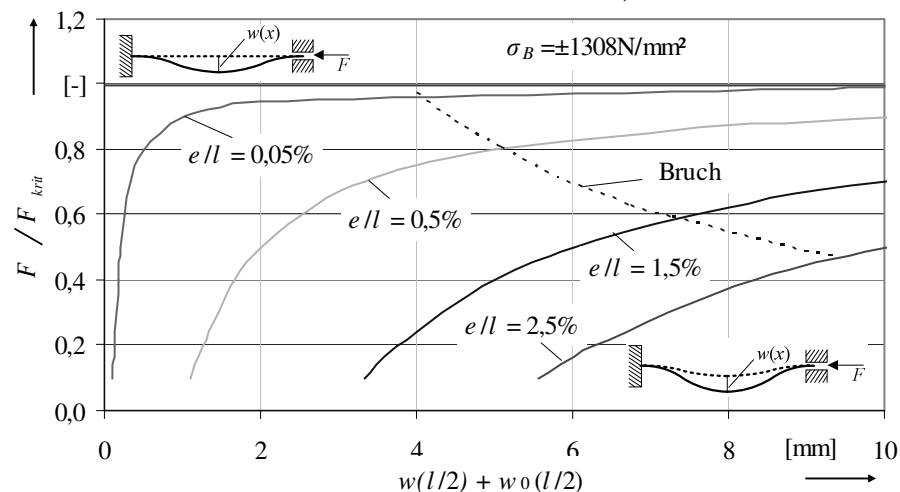


Bild 2-20: Beispiel zu den Auswirkungen geometrischer Imperfektionen auf das Tragvermögen eines druckbeanspruchten Stabes

Dabei ist zu sehen, dass mit größer werdenden Vorverformungen bei gleicher Last die elastischen Verformungen $w(x)$ deutlich zunehmen. Die gestrichelte Linie markiert die Verformung bei der die Bruchspannung σ_B erreicht wird. Bei einer Vorverformung von $e/l=2,5\%$, besitzt der Stab nur noch die Hälfte des Tragvermögens des idealen Stabes.

Wird der Stab statt auf Druck auf Zug belastet, so ändert sich in (2.31) das Vorzeichen von F . Dies führt auf die nachfolgende Form der Differenzialgleichung:

$$EIw''''(x) - Fw''(x) = +Fw_0''(x). \quad (2.38)$$

Die allgemeine Lösung ergibt sich nach [51] zu:

$$w(x) = K_1 + K_2 \cdot \frac{x}{l} + K_3 \cdot e^{\left(\frac{\bar{\mu}x}{l}\right)} + K_4 \cdot e^{\left(-\frac{\bar{\mu}x}{l}\right)} + \frac{e}{2} \frac{\bar{\mu}^2}{\bar{\mu}^2 + 4\pi^2} \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{l}\right). \quad (2.39)$$

Im Bild 2-21 sind die maximalen Normalspannungen eines auf Zug und Druck beanspruchten Stabes, mit der Vorverformung $e/l=1,5\%$, gegenübergestellt (basierend auf den Kenndaten der in dieser Arbeit verwendeten Werkstoffe).

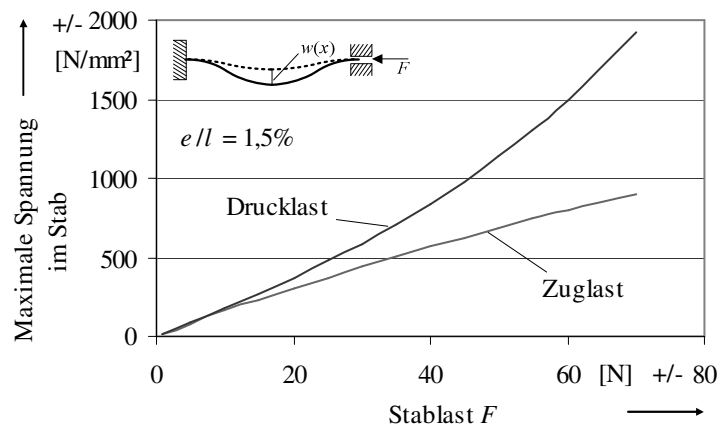


Bild 2-21: Gegenüberstellung der maximalen Spannung infolge einer Zug- und Druckbeanspruchung eines vorverformten Stabes

Es ist deutlich erkennbar, dass die Druckbeanspruchung die kritischere Beanspruchung darstellt. Während bei der Zugbeanspruchung der vorverformte Stab im Grenzfall nur eine maximale Biegeverformung w in Größe der Vorverformung erfährt (der Stab wird gerade gezogen), ist die Biegeverformung bei Druckbeanspruchung nicht begrenzt.

2.6 Übertragungsmatrix der symmetrischen Dreigurtscheibe

Sind die einzelnen Gitterstäbe einer offenen Sandwichdeckhaut untereinander gleich, so verteilt sich die in der Deckhaut wirkende Last gleichmäßig auf alle Stäbe. Haben die Stäbe unterschiedliche Eigenschaften, wie beispielsweise unterschiedliche Querschnittsflächen und Flächenträgheitsmomente, so verteilt sich die Last ungleichmäßig. Dies ist insbesondere im Falle des Bruches eines Stabes wichtig, die benachbarten Stäbe müssen dann dessen Lastanteil übernehmen (Bild 2-22).

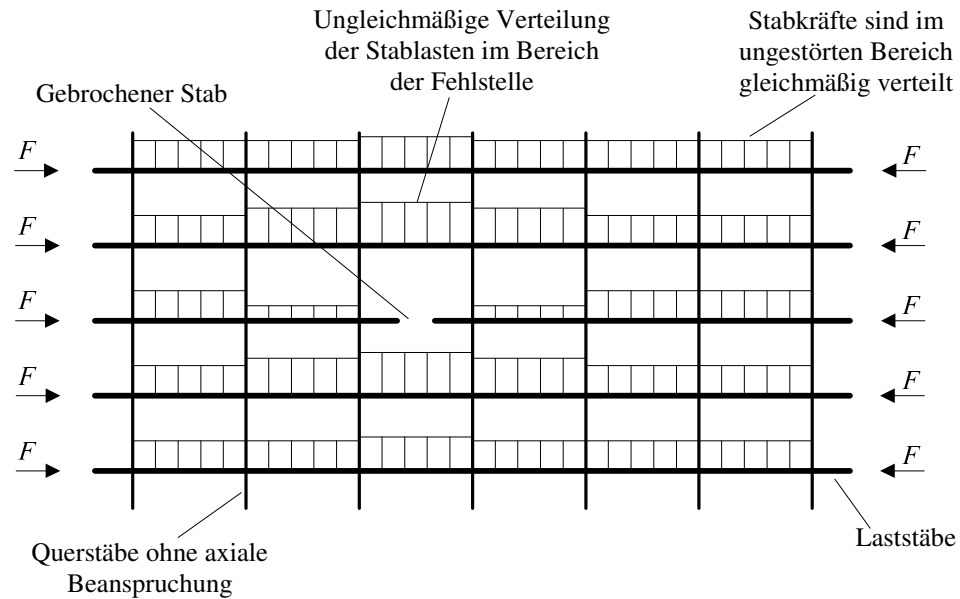


Bild 2-22: Idealisierter Gitterausschnitt mit unterschiedlichen Stablasten infolge eines gebrochenen Stabes

Zur Berechnung der Lastverteilung in einer gitterartigen Sandwichdeckhaut bietet sich das Berechnungsverfahren der Übertragungsmatrix einer symmetrischen Dreigurtscheibe an [52][53]. In der Praxis werden mit Hilfe dieses Berechnungsverfahrens unter anderem Kraftein- und Überleitungen (z.B. Klebungen) analysiert [54][55].

Im Berechnungsmodell „Dreigurtscheibe“ sind im Abstand g zueinander angeordnete Stäbe, welche die Lasten in x -Richtung aufnehmen, durch „Schubfelder“ verbunden. Die Lasten in den Stäben ändern sich infolge einer Schubbeanspruchung in den Schubfeldern über deren Länge [3]. Bild 2-23 zeigt das Grundmodell einer symmetrischen Dreigurtscheibe nach [52].

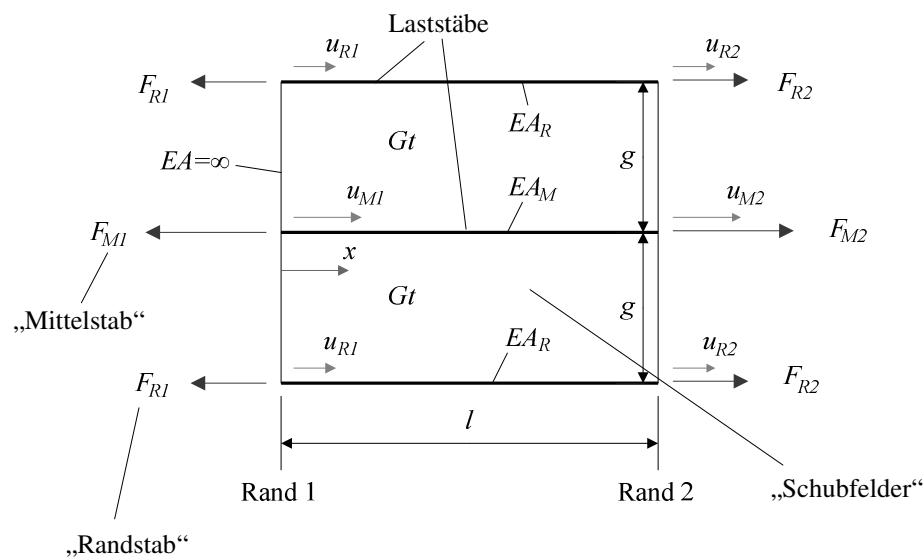


Bild 2-23: Grundmodell einer symmetrischen Dreigurtscheibe

Werden an diesem Modell nach [56] mit Hilfe der Kraftgrößenmethode die Differenzverschiebungen $\Delta u = u_M - u_R$ zwischen den Stäben ermittelt, lässt sich daraus die Übertragungsmatrix $[\tilde{T}]$ ableiten (weitere Informationen sind im Anhang B-4 dargestellt). Für Stäbe mit konstantem Querschnitt und Schubfeldern konstanter Dicke gilt:

$$\begin{Bmatrix} \Delta u \\ F_R \\ 1 \end{Bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{\beta_2}{\beta_1} & \frac{\beta_1^2 - \beta_2^2}{\beta_1} & \overbrace{3\alpha_M \frac{\beta_2 - \beta_1}{\beta_1} F_{ges}}^{\text{Lastvektor}} \\ -\frac{1}{\beta_1} & -\frac{\beta_2}{\beta_1} & 3\alpha_M \frac{1}{\beta_1} F_{ges} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ F_R \\ 1 \end{Bmatrix}_1 \quad (2.40)$$

$$\text{bzw. } \{Z\}_2 = [\tilde{T}] \cdot \{Z\}_1, \quad (2.41)$$

$$\text{mit } \alpha_R = \frac{1}{6} \frac{l}{EA_R}, \quad \alpha_M = \frac{1}{6} \frac{l}{EA_M}, \quad \alpha_B = \frac{1}{6} \frac{g}{Gt l}, \quad (2.42)$$

$$\beta_1 = \alpha_R + 2\alpha_M - 6\alpha_B \quad \text{und} \quad \beta_2 = 2\alpha_R + 4\alpha_M + 6\alpha_B. \quad (2.43)$$

Die Zustandsgrößen (Differenzverschiebung Δu und Last F_R im Randgurt) am Rand 2 $\{Z\}_2$ folgen mit Gleichung (2.41) aus den Zustandsgrößen am Rand 1 $\{Z\}_1$ und der Übertragungsmatrix $[\tilde{T}]$.

Nach dem gleichen Schema lassen sich beliebig viele Übertragungsabschnitte aneinander reihen (Bild 2-24).

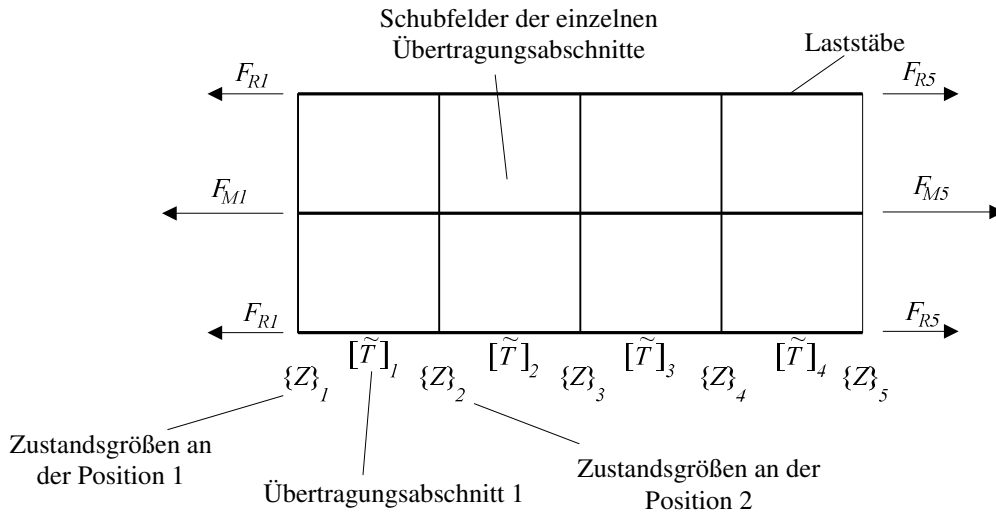


Bild 2-24: Übertragungsschema am Beispiel mit 4 Übertragungsabschnitten

Da an jedem Rand stets eine der Zustandsgrößen (Differenzverschiebung oder Last im Randgurt) bekannt und die andere unbekannt ist, müssen mit der gesamten Übertragungsmatrix $[T]$ die fehlenden Zustandsgrößen ermittelt werden.

$$\{Z\}_5 = [T] \{Z\}_1 \quad (2.44)$$

$$\text{mit } [T] = [\tilde{T}]_4 \cdot [\tilde{T}]_3 \cdot [\tilde{T}]_2 \cdot [\tilde{T}]_1. \quad (2.45)$$

Sind alle Zustandsgrößen an den Rändern (Positionen 1 und 5 im Bild 2-24) bekannt, werden mit (2.41) die Zustandsgrößen an den einzelnen dazwischenliegenden Positionen bestimmt.

Neben der abschnittsweisen Berechnung der Zustandsgrößen, lassen sich alle Zustandsgrößen $\{Z\}$ auch auf einmal berechnen [53]. Hierzu werden die Übertragungsmatrizen $[\tilde{T}]$ der einzelnen Abschnitte zu einem Gleichungssystem zusammengefasst. Einzelheiten hierzu sind im Anhang B-4 dargestellt.

Der Vorteil bei diesem Verfahren besteht darin, dass keine Vielzahl an Matrizenmultiplikationen, die oftmals zu numerischen Problemen führen, notwendig ist.

2.7 Kennwerte unidirektionaler Faserverbundwerkstoffe

Die Gitterstäbe der offenen Sandwichdeckhäute bestehen aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff. Die für die theoretischen Betrachtungen benötigten mechanischen Grundgrößen (Steifigkeit und Festigkeit) der Stäbe werden nach [57] aus den Kenngrößen der Einzelkomponenten berechnet.

Zu Beginn wird aus dem Rovinggewicht pro Meter M_F und der Dichte ρ_F sowie der Querschnittsfläche A der mit Harz getränkten Faserstränge der tatsächliche Faservolumenanteil φ_F bestimmt:

$$\varphi_F = \frac{\frac{M_F}{\rho_F}}{A_{Faser+Matrix}}. \quad (2.46)$$

Die den Faserstrang dominierende Steifigkeitsgröße ist der E-Modul in Längsrichtung. Dieser wird aus dem zuvor bestimmten Faservolumenanteil und den Kennwerten der Einzelkomponenten (Anhang A) ermittelt:

$$E_{\parallel} = E_{F\parallel} \cdot \varphi_F + E_H \cdot (1 - \varphi_F). \quad (2.47)$$

Die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen behandeln nur Stäbe aus Fasern in Längsrichtung. Kenngrößen in Faserquerrichtung werden für diese Berechnungen nicht benötigt.

Bei kurzen Stäben unter Querkraftbeanspruchung tritt neben der Biegeverformung auch eine nicht vernachlässigbare Schubverformung auf. Neben dem E-Modul wird weiterhin der Schubmodul G sowie die Querkontraktion ν zur Berechnung der Schubverformung benötigt.

Für den Schubmodul $G_{\parallel\perp}$ gilt:

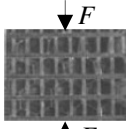
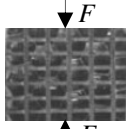
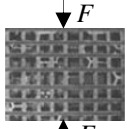
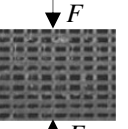
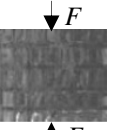





$$G_{\parallel\perp} = G_H \frac{1 + 0,4 \cdot \sqrt{\varphi_F}}{(1 - \varphi_F)^{1,45} + \varphi_F \cdot \frac{G_H}{G_{F\parallel\perp}}}. \quad (2.48)$$

$$\nu_{\parallel\perp} = \nu_{F\parallel\perp} \cdot \varphi_F + \nu_H \cdot (1 - \varphi_F) \quad (2.49)$$

Zur Bestimmung der Bruchlast wird neben den elastischen Kenngrößen die Bruchspannung σ_B benötigt. Aus den gegebenen Materialdaten sind üblicherweise die Festigkeiten nur für einen Faservolumengehalt von 60% bekannt. Mit der Gleichung (2.50) werden die Festigkeiten auf den ermittelten Faservolumengehalt umgerechnet.

$$\sigma_B = \sigma_{BF} \cdot \varphi_F + \sigma_{BH} \cdot (1 - \varphi_F). \quad (2.50)$$

Tabelle 3-1: Übersicht der untersuchten Deckhautkonfigurationen mit den geometrischen Kenngrößen

Konfigurationen (Bemerkungen)		1	2	3	4	5
		(1 ₀ = 2 ₉₀)	(2 ₀ = 1 ₉₀)			(5 ≈ 1 mit Kaptonfolie)
Kenngrößen/Versuche						
						
$n_{Laststab}$	[-]	28	19	27	28	28
t_k	[mm]	20	20	18	18	20
g_l	[mm]	4,452	6,757	4,566	4,562	4,498
g_q	[mm]	6,757	4,452	4,478	3,030	6,348
b	[mm]	1,200	1,472	1,239	1,160	1,233
h	[mm]	0,195	0,163	0,187	0,188	0,174
A	[mm]	0,184	0,187	0,181	0,170	0,168
Anzahl Druckversuche	[-]	6	-	-	6	-
Anzahl Biegeversuche	[-]	14 / 3	6	8	3	22 / 12
Zweiachsige Biegung	[-]		9	-	-	-

Den Deckhautkonfigurationen 1 und 2 liegt die gleiche Deckhaut zu Grunde, lediglich die Lastrichtungen sind anders. Diese Deckhautkonfiguration wird auch für die Untersuchung unter zweiachsiger Belastung genutzt.

Die Deckhautkonfigurationen 1 und 5 gehören zur gleichen Sandwichplatte. Die Deckhautkonfiguration 1 entspricht dem Gitter ohne Kaptonfolie. Bei Konfiguration 5 handelt es sich um die gegenüberliegende Deckhaut mit dem gleichen Gitter und einer Kaptonfolie.

3.1 Druckversuche

Mit Hilfe von Druckversuchen können einfach und schnell erste Informationen zum Verhalten der offenen Sandwichdeckhäute unter axialer Druckbeanspruchung gewonnen werden. Diese Untersuchungen wurden parallel zu dieser Arbeit im Rahmen einer Diplomarbeit [59] durchgeführt und hier für weitere Auswertungen genutzt.

3.1.1 Weitere Arbeiten

In Vorarbeiten am *Institut für Leichtbau der Universität der Bundeswehr München* wurden axiale Druckversuche im Rahmen einer Diplomarbeit [58] durchgeführt. Diese Arbeit befasst sich mit der Bestimmung der Bruchlasten der Sandwichdeckhäute unter reiner Druckbeanspruchung. Untersucht wurden dabei unterschiedliche Deckhautkonfigurationen. Die ergänzenden analytischen Untersuchungen hatten dabei den Schwerpunkt, für gesamte Wabenzellen mit Hilfe analytischer Näherungsverfahren (Rayleigh-Quotient) Knicklasten zu ermitteln. Dabei wurden alle Stäbe innerhalb der Wabenzelle berücksichtigt. Aus einer Vielzahl an Kombinationsmöglichkeiten der Stäbe innerhalb der Wabenzelle stellt die Stabanordnung mit der niedrigsten Knicklast die Belastungsgrenze dar. Darauf basierend wurde in [58] ähnlich der Gleichung (2.23) des Eulerstabes die folgende Beziehung hergeleitet:

$$F_{krit} = \kappa(g, b, h, \dots) \frac{EI}{l^2}. \quad (3.1)$$

In einer weiterführenden Arbeit [59] wurden ebenfalls Druckprobekörper mit verschiedenen Gitterkennwerten untersucht. Hier lag der Schwerpunkt auf Hochgeschwindigkeitsvideoaufnahmen zur besseren Veranschaulichung des Bruchverhaltens. Es konnte gezeigt werden, dass Biegeverformungen die Gitterstäbe innerhalb einzelner Wabenzellen auftreten und das Versagen auslösen. Nachrechnungen auf Basis der klassischen Eulerfälle (2.23) zeigen jedoch nur bedingt Übereinstimmungen der gemessenen Versagenslasten mit den theoretisch ermittelten Stabilitätslasten. Mit Schlißbildern konnten weiterhin wichtige Informationen zur Querschnittsgeometrie der betrachteten Stäbe gewonnen werden. Die folgenden Berechnungen der Stabbruchlasten basieren auf den in [59] durchgeführten experimentellen Untersuchungen.

3.1.2 Probekörper und Versuchsaufbau

Die Druckprobekörper werden aus bereits geprüften Biegeproben (vgl. Bild 3-1) hergestellt. Sofern der Lasteinleitungsbereich nicht bereits mit einem Holzkern versehen ist, wird dieser über eine Länge von ca. 3cm in Harz eingegossen (Bild 3-3: links). Anschließend werden die beiden Enden eines Probekörpers zueinander parallel und plan gefräst. Dies ermöglicht es, die Probekörper zwischen zwei parallel angeordnete Druckplatten in einer Prüfmaschine zu positionieren (Bild 3-3: rechts).

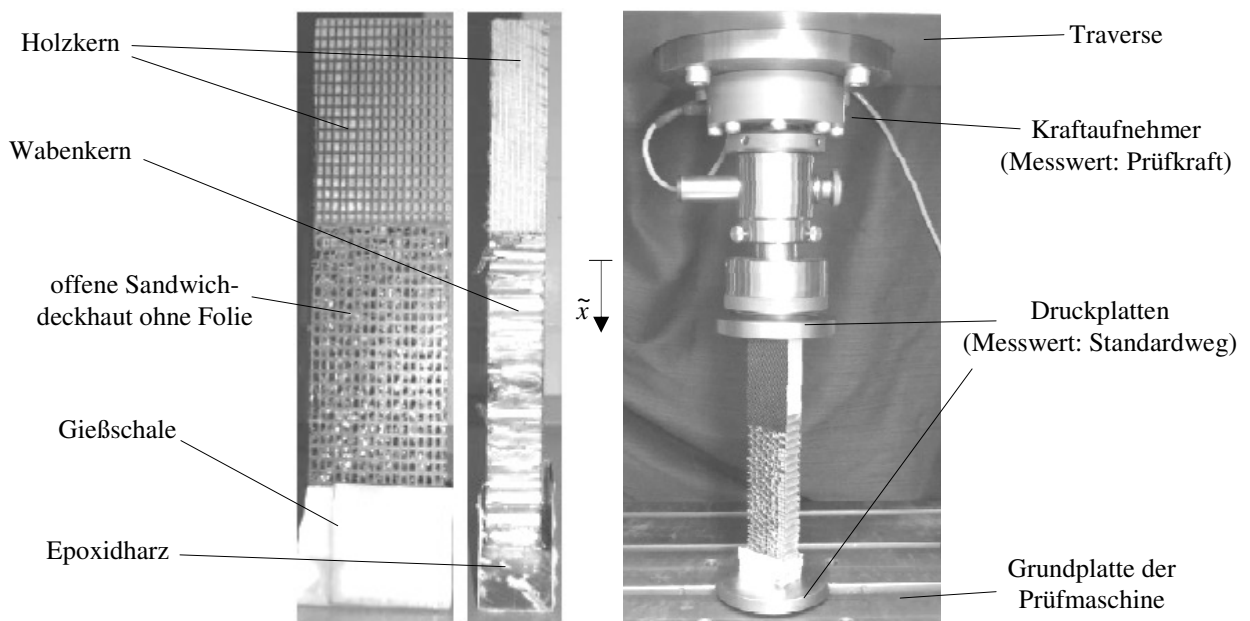


Bild 3-3: Probekörper und Versuchsaufbau zur Untersuchung der Druckfestigkeit [59]

Vorausgegangene Untersuchungen haben gezeigt, dass bei einer Druckbeanspruchung der Sandwichstruktur der Bruch immer in der Deckhaut ohne Kaptonfolie eintritt. Daher wird diese Seite der Probekörper mit den Hochgeschwindigkeitskameras gefilmt. Die gegenüberliegende Seite mit Folie (vgl. Bild 2-13) wird vorerst nicht weiter betrachtet.

Diese experimentellen Untersuchungen werden für die Deckhautkonfigurationen 1 und 4 durchgeführt.

3.1.3 Stabbruchlasten aus Druckversuchen

Von jeder Deckhautkonfiguration werden in [59] sechs Druckprobekörper untersucht. Der Berechnung der Stabbruchlasten liegt die Annahme zu Grunde, dass sich die Last gleichmäßig auf beide Sandwichdeckhäute der Probe und auf alle Stäbe verteilt. In Tabelle 3-2 sind die

untersuchten Deckhautkonfiguration mit gemittelten Bruchlasten F_{Bruch} und den daraus resultierenden Stabbruchlasten F_{Stab} gegeben.

Tabelle 3-2: Ergebnisse der Druckversuche an zwei Deckhautkonfigurationen

Deckhautkonfiguration	F_{Bruch} [N]	g_q [-]	F_{Stab} [N]
1	713	6,76	26
4	833	3,03	31

Die Ergebnisse weisen Streuungen, bezogen auf den jeweiligen Mittelwert, von 40% bis 50% auf. Die Ursachen hierfür liegen vermutlich in der Schwierigkeit eine gleichmäßige Lasteinleitung bei Druckversuchen zu gewährleisten. Weiterhin ist anzunehmen, dass sich die beiden Deckschichten eines Probekörpers aufgrund der auf der einen Seite aufgeklebten Kaptonfolie in der Lastaufnahme unterscheiden. Daher sind die Resultate für weitere quantitative Auswertungen nicht geeignet. Dennoch ist zu sehen, dass die Deckhautkonfiguration mit den kleineren Abständen der Querstäbe etwas höhere Versagenslasten aufweist.

Kraft-Weg-Verläufe

Bild 3-4 zeigt Kraft-Weg-Verläufe zu beiden Deckhautkonfigurationen. Aufgetragen ist dabei die Kraft sowie die Steifigkeit (Steigung der Kraft-Weg-Kurve) über dem gemessenen Weg der oberen Druckplatte.

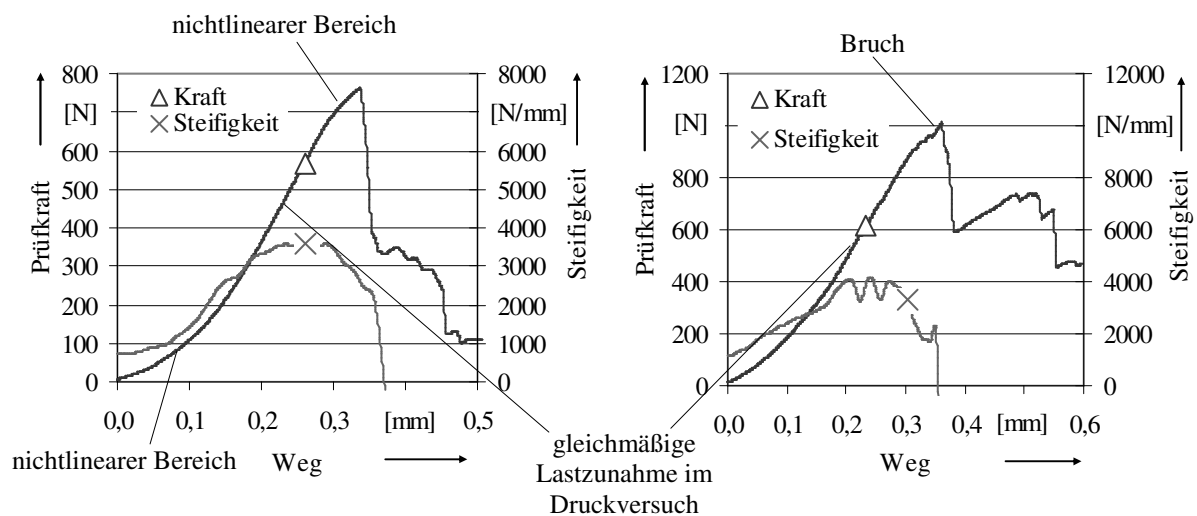


Bild 3-4: Typische Kraft-Weg-Verläufe (links: Deckhautkonfiguration 1; rechts: Deckhautkonfiguration 4)

Für beide Deckhautkonfigurationen zeigen sich prinzipiell ähnliche Verläufe. Zu Beginn ist jeweils ein nichtlinearer Anstieg der Last mit dem Weg zu beobachten. Die Ursachen hierfür liegen vermutlich in einer nicht idealen Lasteinleitung. Danach zeigt sich eine weitgehend lineare Zunahme der Last mit dem Weg. Kurz vor dem Versagen der Probe ist eine Verringerung der Lastzunahme bei kontinuierlich zunehmendem Weg festzustellen. Dies ist insbesondere anhand der ausgewerteten Steifigkeit zu sehen. Dieses nichtlineare Verhalten deutet darauf hin, dass die Längssteifigkeit der Probe abnimmt. Letztendlich kommt es zum Bruch der Stäbe in der Deckhaut ohne Kaptonfolie.

Last-Verformungsverhalten

Zur Untersuchung des Bruchverhaltens werden die Bilder der Hochgeschwindigkeitskameras genutzt. Die Versuchsdauer bei den hier dargestellten Probekörpern liegt bei ca. 8 bis 10 Sekunden. Bild 3-5 zeigt die Deckhautkonfiguration 1 während der letzten 2 Sekunden vor dem Bruch.

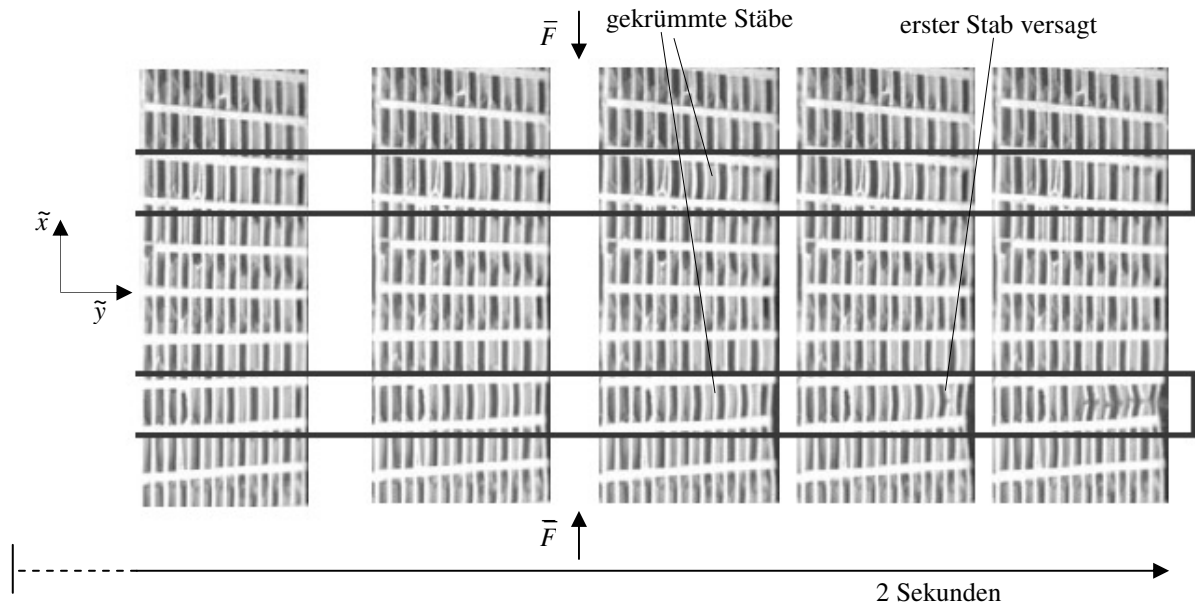


Bild 3-5: Last-Verformungsverhalten der Stäbe eines Druckprobekörpers der Deckhautkonfiguration 1

Hierbei ist zu erkennen, dass das Versagen lokal auf den Bereich zwischen zwei Stäben quer zur Lastrichtung (Querstäbe) begrenzt ist. Weiterhin zeigt sich im markierten Bereich mit zunehmender axialer Stablast eine zunehmende Verformung der Stäbe aus der Ebene heraus. Nach dem Bruch verformen sich die Stäbe in der zweiten markierten Reihe wieder zurück. Dieses Last-Verformungsverhalten der druckbeanspruchten Stäbe deutet auf geometrische Imperfektionen (Vorverformungen) der Stäbe hin und wurde ebenfalls bei Versuchen mit der Deckhautkonfiguration 4 beobachtet.

Ein Versagen der Deckhaut mit Kaptonfolie sowie ein Ablösen der Deckhaut vom Wabenkern wurden nicht festgestellt. Weiterhin konnten keine Verformungen der Stäbe an den Klebestellen zu den Waben festgestellt werden.

3.2 Vierpunktbiegeversuche

Der Vierpunktbiegeversuch stellt unter dem Gesichtspunkt einer definierten Beanspruchung der beiden Deckhäute (Zug- und Druckseite) einer Sandwichprobe eine geeignete Versuchsanordnung zur Ermittlung der Bruchlasten dar. Weiterhin herrscht bedingt durch die Vierpunktbiegung zwischen den beiden inneren Lastenleitungen ein konstantes Biegemoment. Damit kann der Bruch an beliebiger Stelle des Prüfbereiches eintreten.

Zur Kontrolle des Fertigungsprozesses werden bereits direkt nach Fertigung der Sandwichplatten Vierpunktbiegeversuche durchgeführt. Die seitens des Herstellers ermittelten Bruchlasten konnten im Rahmen dieser Arbeit sowie weiterer Untersuchungen (Untersuchungen zum Bruchverhalten der Deckhautkonfiguration 1 in [60]) bestätigt werden.

3.2.1 Probekörper und Versuchsaufbau

An den Enden des Probekörpers wird im Bereich der Lastenleitung der Wabenkern durch einen Holzkern ersetzt (Bild 3-6). Dieser weist gegenüber den Waben eine höhere Druck- und

Schubfestigkeit bzw. Steifigkeit auf und ist damit widerstandsfähiger gegen lokale Verformungen infolge der Lasteinleitung [61].

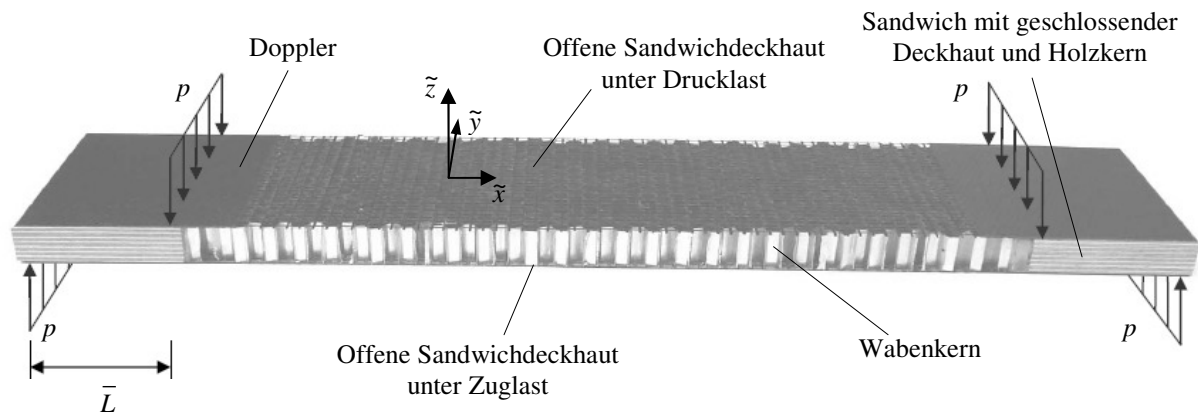


Bild 3-6: Probekörper (Deckhautkonfiguration 1) für Vierpunktbiegeversuche

Die verfügbaren Probekörper wurden zur Kontrolle des Fertigungsprozesses bereits vom Hersteller geprüft. Um die Probekörper erneut zu prüfen, sind diese mit Dopplern, bestehend aus zwei Lagen Kohlenstofffasergewebe, zu reparieren (Bild 3-7). Die Größe der Doppler in Längsrichtung richtet sich nach der Größe der Bruchstelle, dabei wird darauf geachtet, dass über den Bruchbereich hinaus zwei weitere Querstäbe vom Doppler bedeckt sind. Die Abschlusskante des Dopplers liegt immer genau auf einem Querstab. In Querrichtung deckt der Doppler die gesamte Probenbreite ab.

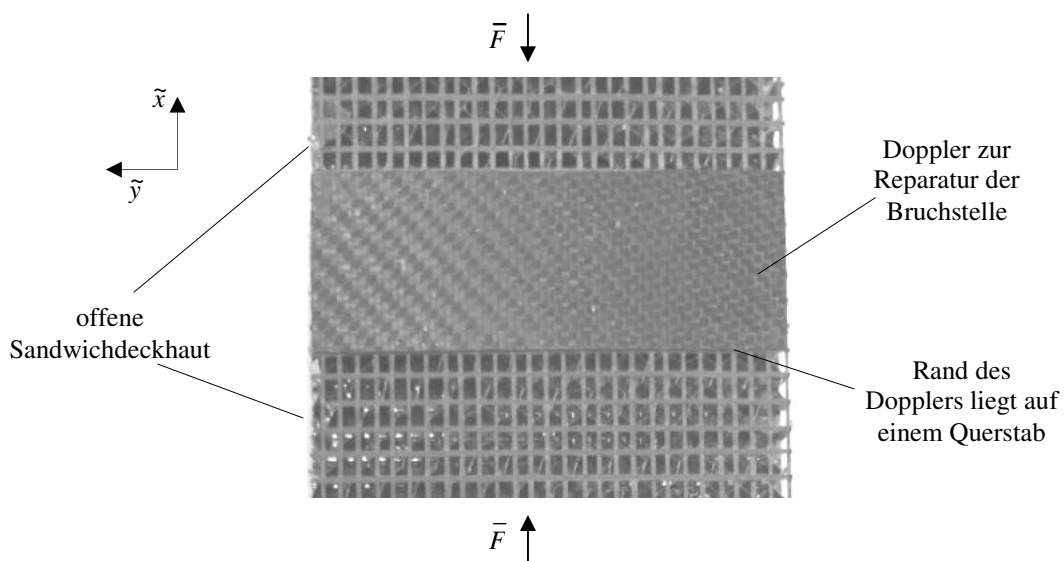


Bild 3-7: Geprüfter Probekörper mit reparierter Bruchstelle

Die klassische Reparaturmethode mit geschäfteten Dopplern [62][63][64] lässt sich aufgrund der gitterartigen Deckhautstruktur nicht anwenden.

Die Biegeversuche werden in einer Zug-/Druckprüfmaschine mit einer entsprechenden Versuchsvorrichtung (Bild 3-8) durchgeführt. Die Versuchsvorrichtung besteht aus zwei Platten auf die jeweils zwei zylindrische Rollen mit entsprechenden Lagern aufgeschraubt sind. Die untere Platte liegt plan auf dem Boden des Prüfraums und wird mit einer Zentriervorrichtung ausgerichtet. Die obere Platte ist über einen Adapter mit einem Kraftaufnehmer und der Prüfmaschine verbunden.



Bild 3-8: Versuchsaufbau für Vierpunktbiegeversuche an Sandwichprobekörpern

Die Prüfgeschwindigkeit liegt bei allen Tests bei 2 mm pro Minute. Bedingt durch die Struktur der offenen Sandwichdeckhaut eignen sich Wegaufnehmer zur Aufzeichnung der Verformungen nur bedingt. Für die weiteren qualitativen Betrachtungen wird daher der von der Prüfmaschine aufgezeichnete Traversenweg (Standardweg) genutzt. Neben der Kraft-Weg Auswertung erfolgt weiterhin eine qualitative Analyse des Verformungsverhaltens. Hierzu wird ein Teilbereich des Probekörpers während des Versuches mit einer Videokamera gefilmt.

3.2.2 Stabbruchlasten aus Biegeversuchen

Unter der Annahme einer gleichmäßigen Lastverteilung über die Breite der Probe ergibt sich mit der Anzahl n der lastübertragenden Stäbe, dem Abstand \bar{L} zwischen den Auflagern (vgl. Bild 3-6) und dem Abstand H der Deckschichten zueinander die gemittelte Stabbruchlast F_{Stab} aus der von der Prüfmaschine aufgezeichneten Bruchlast F_{Bruch} des Probekörpers:

$$F_{Stab} = \frac{1}{n} \frac{M_b}{H} = \frac{1}{n} \frac{\bar{L}}{H} \frac{F_{Bruch}}{2}. \quad (3.2)$$

Stabbruchlasten

Tabelle 3-3 zeigt für alle Deckhautkonfigurationen eine Übersicht der Bruchlasten, der gemittelten Stabbruchlasten sowie die Spannungen in den einzelnen Stäben.

Tabelle 3-3: Ergebnisse der Vierpunktbiegeversuche

Konfiguration	$F_{Bruch\ Mittel}$ [N]	$F_{Stab\ Mittel}$ [N]	$F_{Stab\ Min}$ [N]	$F_{Stab\ Max}$ [N]	Streuung [N]	Standabw. [N]	σ_{Stab} [N/mm ²]
1	479	32,5	28,2	35,4	7,2	1,72	-177
2	394	39,1	37,4	40,9	3,5	1,11	-209
3	518	40,1	30,6	44,0	13,4	4,46	-209
4	746	55,2	52,9	58,7	5,8	2,50	-325
5	680	45,6	40,9	53,6	12,7	3,69	-271

Besonderheiten bei der Versuchsdurchführung sind keine aufgetreten. Alle Probekörper sind in der auf Druck beanspruchten Seite sowie im ungestörten Bereich gebrochen. Die in Abschnitt 3.2.1 beschriebene Vorgehensweise zur Reparatur der schon einmal getesteten Probekörper kann im Rahmen dieser Untersuchungen als ausreichend angesehen werden. Ein Ablösen der Gitterstäbe von der Wabe [65][66], was auf eine fehlerhafte Klebung zwischen der Wabe und der Deckhaut hindeuten würde, ist ebenfalls nicht aufgetreten. Speziell bei der Deckhautkonfiguration 3, welche die größte Streuung aufweist, konnten die Versuchsergebnisse bei nochmaligem Prüfen bestätigt werden.

Die Spannungen in den Stäben liegen deutlich unter der vom Hersteller angegebenen Bruchspannung ($\sigma_{Druck} = -880 \text{ N/mm}^2$ bei einem Faservolumengehalt von 60%, Anhang A). Ein reines Druckversagen der Stäbe infolge einer Normalkraftbeanspruchung der Deckhaut ist somit auszuschließen.

Kraft-Weg-Verläufe

Neben der Bruchlast ist das Last-Verformungsverhalten von Interesse. Da im Rahmen dieser Versuche der Traversenweg aufgezeichnet wurde und die Prüfmaschine selbst mit der Versuchsvorrichtung einer Anordnung von Federn entspricht, ist dieses Wegsignal nicht als absolute Größe zu verstehen. Weiterhin sind Verformungen in der Lasteinleitung nicht auszuschließen. Der Versuchsaufbau und die Lasteinleitungselemente sind jedoch für alle Proben gleich, was daher eine qualitative Gegenüberstellung der Kraft-Weg-Verläufe untereinander erlaubt. Bild 3-9 zeigt die Kraft-Weg-Verläufe sowie die Verläufe der Steifigkeiten für die Deckhautkonfigurationen 1 und 4.

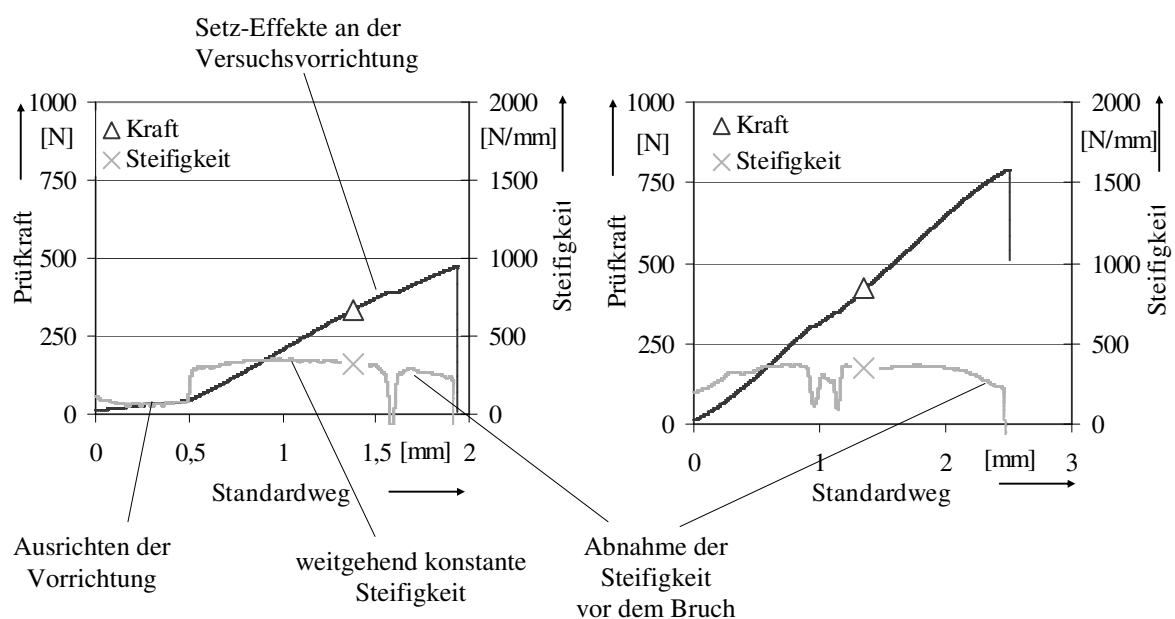


Bild 3-9: Kraft-Weg-Verläufe für die Deckhautkonfiguration 1 (links) und 4 (rechts)

Im Vergleich zu den Druckversuchen (vgl. Bild 3-4) ist das nichtlineare Kraft-Weg-Verhalten zu Beginn des Versuches deutlich weniger stark ausgeprägt. Die im weiteren Versuchsverlauf relativ konstante Steifigkeit im mittleren Bereich bedeutet, dass alle elastischen Elemente des Versuchsaufbaus (Prüfvorrichtung und Probekörper) in diesem Bereich ein weitgehend lineares Verhalten zeigen. Erst vor dem Bruch tritt eine Abnahme der Steifigkeit ein (vgl. Abschnitt 3.1.3).

Beide Deckhäute sind aus dem gleichen Material gefertigt und weisen die gleiche Anzahl an Laststäben auf. Die Abnahme der Steifigkeit tritt jedoch bei unterschiedlichen Prüflasten ein: ca. 350N (entspricht einer mittleren Stablast von 27N) bei der Konfiguration 1 und ca. 600N (entspricht einer mittleren Stablast von 48N) bei der Konfiguration 4. Da sich die Kohlenstofffasern nach [57] nahezu linear-elastisch verhalten, ist daher anzunehmen, dass die Verringerung der Steifigkeit vor dem Bruch aus einem geometrisch nichtlinearen Verformungsverhalten der Deckhautstäbe (Druckbiegung) resultiert. Ergänzend hierzu sind in [67] Ergebnisse (Druck- und Biegversuche an Probekörpern mit Kohlenstofffasern des hier verwendeten Typs) gegeben, die die zuvor genannte Annahme bestätigen. Bei den weiteren Deckhautkonfigurationen konnte ein ähnliches Verhalten festgestellt werden.

Einfluss der Abstände der Querstäbe auf die Stabbruchlast

Der wesentliche Unterschied zwischen den Deckhautkonfigurationen besteht in unterschiedlichen Abständen g_q der Querstäbe zueinander (Bild 3-2). Die Beobachtungen aus den bisherigen Untersuchungen zeigen, dass bei der Deckhautkonfiguration 1 die Biegeverformungen der Laststäbe und der Bruch zwischen zwei Querstäben auftreten (Bild 3-5). Bei den restlichen Deckhautkonfigurationen ohne Kaptonfolie konnte beobachtet werden, dass es zu Biegeverformungen der Laststäbe innerhalb der gesamten Wabenzelle kommt und damit auch die darin gelegenen Querstäbe mit verformt werden. Bild 3-10 zeigt hierzu die Stabbruchlast F_{Stab} in Abhängigkeit der Abstände g_q der Querstäbe zueinander.

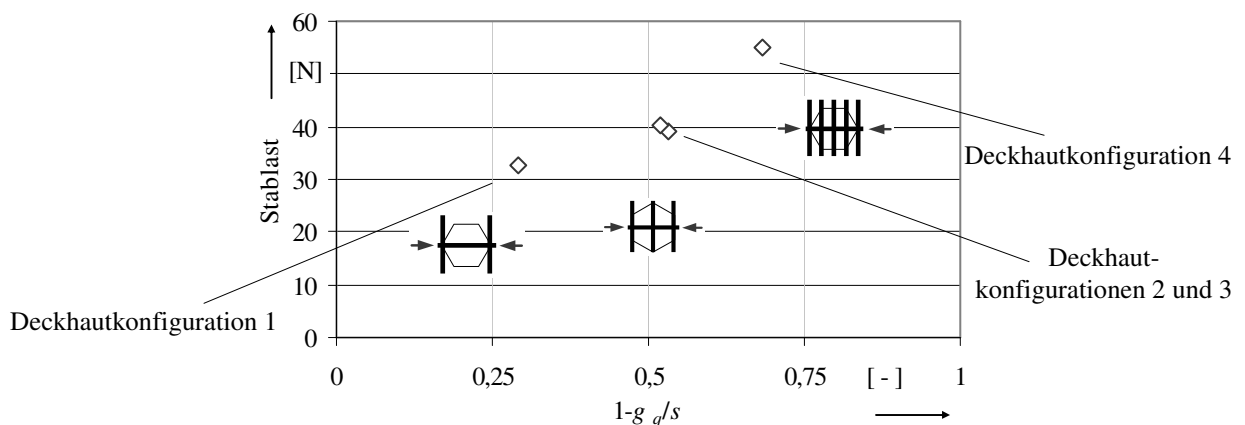


Bild 3-10: Einfluss der Abstände g_q der Querstäbe zueinander auf die Stabbruchlast

Es ist zu sehen, dass mit kleiner werdenden Abständen g_q der Querstäbe zueinander die Stabbruchlast zunimmt. Da die Wabenzellen aller Deckhautkonfigurationen den gleichen Durchmesser aufweisen, ist dies gleichbedeutend mit einer Lastzunahme bei einer größer werdenden Anzahl n an Querstäben in einer Wabenzelle.

3.2.3 Einfluss der Kaptonfolie auf die Stabbruchlast

Bei den Druckversuchen in [58] und [59] hat sich gezeigt, dass der Bruch immer in der Deckhaut ohne Kaptonfolie auftritt. Daraus lässt sich schließen, dass die Kaptonfolie eine Vergrößerung der Bruchlast bewirkt. Dies stützt die bisherigen Annahmen, wonach eine intakte Folie eine elastische Bettung des Laststabes bewirkt und damit eine mögliche Ursache für die Vergrößerung der Bruchlasten darstellt. Ein weitgehendes entfernen der Kaptonfolie sollte damit zu Folge haben, dass diese elastische Bettung durch die Folie entfällt und damit der Einfluss der Folie auf die Bruchlast deutlich wird.

Einfluss der Kaptonfolie auf die Versagenslast

Der Einfluss der Kaptonfolie auf die Stabbruchlast wird an der Deckhautkonfiguration 5 untersucht. Es werden 22 Biegeversuche an Probekörpern mit „intakter“ Kaptonfolie (Bild 3-11: linke Seite) auf den Deckhäuten durchgeführt. Weiterhin werden zwölf Biegeversuche an Probekörpern durchgeführt, bei denen die Kaptonfolie zwischen den Stäben „durchtrennt“ und somit eine eventuelle elastische Bettung der Laststäbe gestört ist (Bild 3-11: rechte Seite).

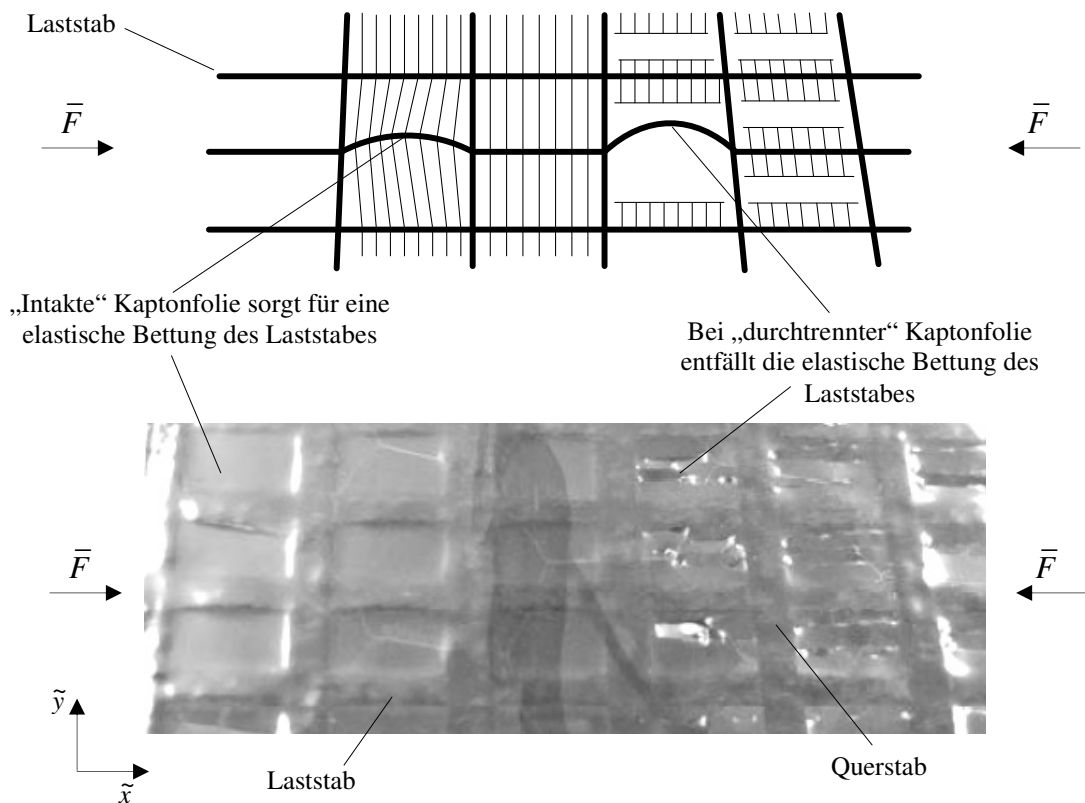


Bild 3-11: Durchtrennte Kaptonfolie zwischen den lastübertragenden Stäben

Der Bereich mit der durchtrennten Kaptonfolie deckt etwa ein Drittel der gesamten Gitterfläche ab. Tabelle 3-4 zeigt die gemittelten Bruchlasten F_{Bruch} der Probekörper, die mittleren Stabbruchlasten F_{Stab} sowie die Spannungen im Stab für die beiden Deckhautvarianten.

Tabelle 3-4: Bruchlasten der Deckhautkonfiguration 5 unter Vierpunktbiegebeanspruchung

Kaptonfolie	F_{Bruch} [N]	$F_{Stab\ Mittel}$ [N]	$F_{Stab\ Min}$ [N]	$F_{Stab\ Max}$ [N]	Streuung [N]	Standabw. [N]	σ_{Stab} [N/mm ²]
„intakt“	680	45,6	40,9	53,6	12,7	3,69	-271
„durchtrennt“	626	42,3	37,0	49,0	12	3,70	-251

Die Stabbruchlast liegt mit einem mittleren Wert von 45,6N deutlich über der Stabbruchlast der vergleichbaren Deckhautkonfiguration 1 mit 32,5N (ca. 40% Lastzunahme bezogen auf die Bruchlast der Deckhautkonfiguration 1). Bei durchtrennter Kaptonfolie liegt die mittlere Stabbruchlast bei 42,3N (ca. 30% Lastzunahme). Der Bruch tritt bei den Probekörpern mit durchtrennter Kaptonfolie, mit Ausnahme eines Probekörpers, immer im geschwächten Bereich ein.

Einfluss der durchtrennten Kaptonfolie auf die Stabbruchlast

Sechs der Probekörper mit durchtrennter Kaptonfolie wurden vorher bereits mit intakter Kaptonfolie untersucht. Durch die Reparatur mit Dopplern konnten diese erneut geprüft werden. Der direkte Einfluss auf die Stabbruchlast infolge der entfallenen elastischen Bettung ist in der Tabelle 3-5 dargestellt.

Tabelle 3-5: Einfluss der elastischen Bettung durch eine Kaptonfolie auf die Stabbruchlast

Probennummer	F_{Bruch} (Folie „intakt“) [N]	F_{Bruch} (Folie „durchtrennt“) [N]	Abweichung (bezogen auf „intakt“) [%]
1	749,76	726,94	-3,0
2	693,84	680,92	-1,9
3	608,62	597,33	-1,9
4	664,06	649,06	-2,3
5	662,07	614,45	-7,2
6	695,26	730,51	5,1

Der direkte Vergleich der Bruchlasten mit intakter und durchtrennter Kaptonfolie an der gleichen Deckhaut zeigt einen relativ geringen Einfluss der Folie. Aufgrund der Annahme, dass die schwächste Stelle der Deckhaut bereits beim ersten Biegeversuch gebrochen ist und, dass die tatsächlich schwächste Stelle des Gitters auch außerhalb des geschwächten Bereiches liegen kann, ist der Einfluss der elastischen Bettung auf die Stabbruchlast vermutlich ein wenig größer als die Auswertung ergeben hat. Die Größe der Lastzunahme (ca. 30% bis 40%) lässt sich jedoch nur durch die letztgenannten Fakten nicht erklären.

Fehlstellen

Weiterhin ist zu sehen, dass die Streuung bei diesen Untersuchungen relativ groß ist. Eine Ursache für die starke Streuung liegt in der Anzahl der „Fehlstellen“ bedingt durch die Kaptonfolie, die gegenüber der Deckhaut ohne Folie zunimmt. Bild 3-12 zeigt einen Ausschnitt der Deckhaut mit Kaptonfolie des Probekörpers mit der höchsten Bruchlast.

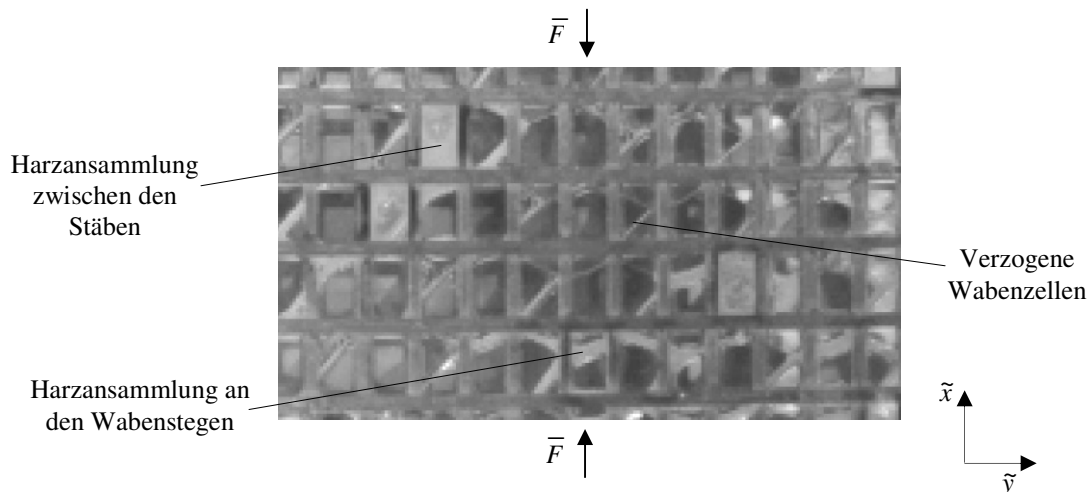


Bild 3-12: Fehlstellen im Gitter durch Harzansammlungen und verzogene Wabenzellen

Es sind deutliche Harzansammlungen unter der Folie zu sehen. Zusätzliche Harzansammlungen an den Fasersträngen vergrößern deren Biegesteifigkeit. Weiterhin sind bei diesem Probekörper die Wabenzellen stark verzogen, im Vergleich zu einer hexagonalen Zellenform verringern sich damit die freien Stablängen.

Kraft-Weg-Verläufe

Der Kraft-Weg-Verlauf von Probekörpern mit Kaptonfolie (Bild 3-13) zeigt einen ähnlichen Verlauf wie der von Probekörpern ohne Kaptonfolie (vgl. Bild 3-9: links).

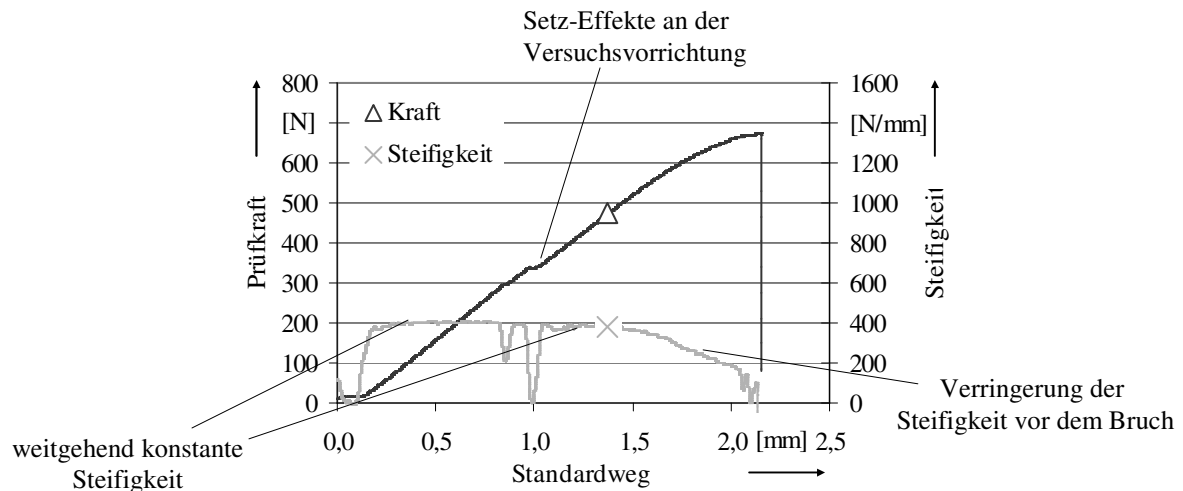


Bild 3-13: Kraft-Weg-Verlauf einer Sandwichdeckhaut mit intakter Kaptonfolie

Die Last steigt über einen weiten Bereich relativ gleichmäßig an. Vor dem Bruch ist deutlich zu sehen, dass die Steifigkeit abnimmt. Da die Kohlenstofffasern ein nahezu linear-elastisches Verformungsverhalten aufweisen [57], deutet auch die Untersuchung dieser Deckhautkonfiguration darauf hin, dass sich hier bereits vor dem eigentlichen Bruch ein nichtlineares Last-Verformungs-Verhalten der Stäbe einstellt. Neben der höheren maximalen Last ist die höhere Steifigkeit ein wesentlicher Unterschied zur Deckhaut ohne Folie (Deckhautkonfiguration 1). Während diese bei den Untersuchungen der Deckhautkonfiguration 1 bei etwa 360N/mm lag, wird bei der Deckhaut mit Kaptonfolie (sowohl „intakt“ als auch „durchtrennt“) ein Wert von ca. 400N/mm erreicht.

3.2.4 Verformungs- und Bruchverhalten

Während der Versuchsdurchführung wurden die auf Druck beanspruchten Deckhäute mit einer Videokamera gefilmt. Diese Aufnahmen dienen zur qualitativen Analyse des Last-Verformungs- sowie des Bruchverhaltens.

Deckhautkonfigurationen 1 und 5

Die wesentlichen Verformungen der Laststäbe, die zu dem nichtlinearen Kraft-Verformungs-Verhalten und letztendlich zum Bruch führen, treten im Falle der Deckhautkonfiguration 1 und 5 zwischen zwei Querstäben auf (Bild 3-14). Die lastübertragenden Stäbe besitzen zwischen den zwei Querstäben keine weitere Lagerung. Dieses Verhalten zeigte sich bereits bei den reinen Druckversuchen (vgl. Abschnitt 3.1.3).

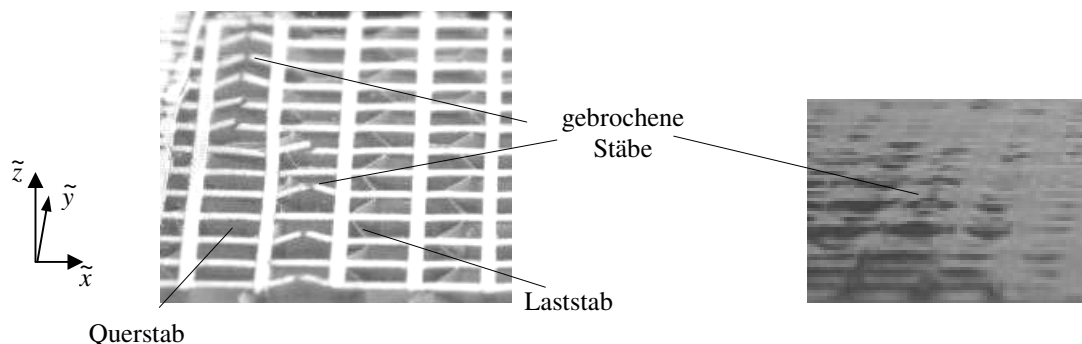


Bild 3-14: Gebrochene lastübertragende Stäbe zwischen zwei Querstäben der Deckhautkonfigurationen 1 (links) und 5 (rechts)

Die beobachteten Versagensformen der Deckhautkonfigurationen 1 und 5 entsprechen nicht den Versagensformen der klassischen Sandwichbauweise (vgl. Abschnitt 2.1.2). Beim „Deckhautknittern“ dient der Kern als elastische Bettung und ist damit maßgeblich am Versagen beteiligt. Bei der zweiten lokalen Versagensform, dem „interzellularen“ Beulen, verformt sich die gesamte Deckhaut innerhalb der Wabenzellen. Beides konnte nicht beobachtet werden. Das Knicken einzelner Stäbe zwischen zwei Querstäben deutet vielmehr auf das Knicken von Eulerstäben hin (vgl. Abschnitt 2.3).

Deckhautkonfigurationen 2, 3 und 4

Bei den Deckhautkonfigurationen 2, 3 und 4 mit relativ kleinen Gitterabständen wurde ebenso eine Zunahme der Verformung der Stäbe aus der Ebene heraus bei größer werdender Stablast beobachtet. Bild 3-15 zeigt verformte Stäbe bei zunehmender Druckbeanspruchung (der Bruch tritt bei der Prüfzeit 00:03:12,60 ein).

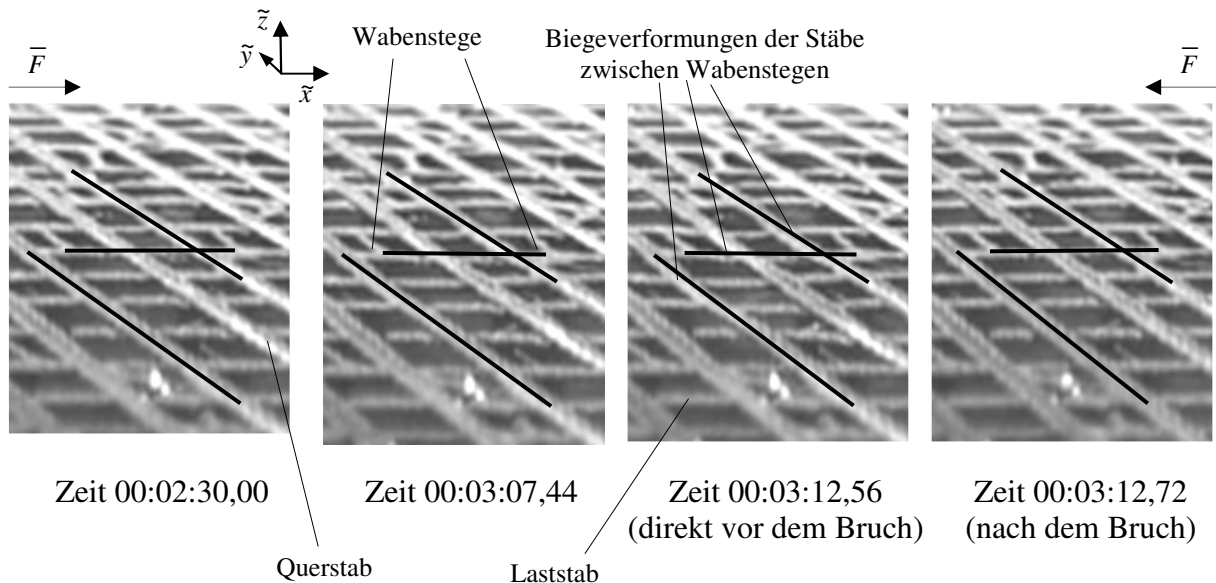


Bild 3-15: Biegeverformungen der Stäbe der Deckhautkonfiguration 3 zwischen den Wabenstegen

Die markierten Bereiche zeigen Stäbe, die sich innerhalb einzelner Wabenzellen aus der Ebene heraus verformen. Die sichtbaren Verformungen betreffen dabei meist zwei Querstäbe. Das letzte Bild zeigt den Probekörper nach dem Bruch, der in diesem Fall außerhalb des gefilmten Bereiches auftritt. Nach dem Bruch verformen sich die Stäbe außerhalb des Bruchbereiches wieder zurück. Für Deckhautkonfigurationen, bei denen die Verformungen innerhalb einer Wabenzelle auftreten, kommt die Versagensform „interzellulares Beulen“ (vgl. Abschnitt 2.1.2) dem beobachteten Verhalten am nächsten.

Weiterhin konnten bei diesen Deckhautkonfigurationen an den Probenaußenkanten zum Teil große Verformungen der Randstäbe (Bild 3-16) festgestellt werden.

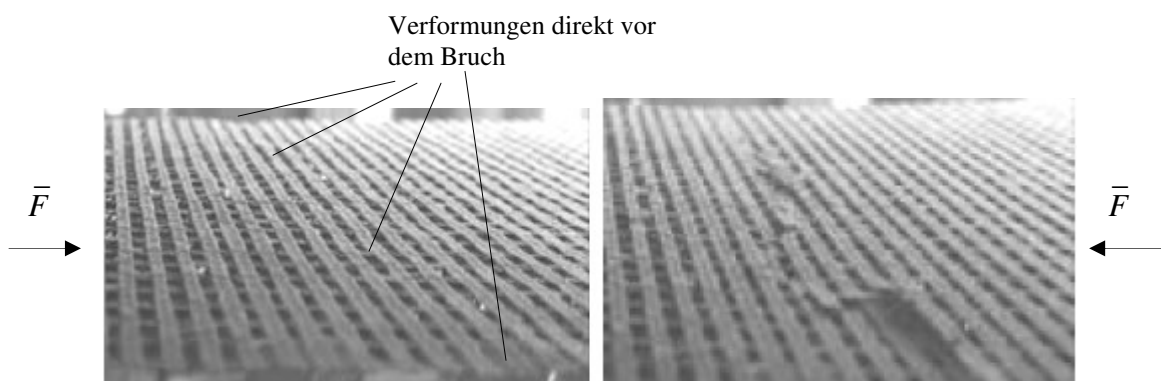


Bild 3-16: Verformungen der Stäbe (Deckhautkonfiguration 4) innerhalb der Wabenzellen und im Randbereich

In wieweit die Verformungen der Randstäbe tatsächlich zum Versagen der gesamten Probe führen, konnte anhand der aufgenommenen Videos nicht ermittelt werden. Dennoch ist deutlich sichtbar, dass bei einigen Probekörpern starke sichtbare Randeffekte auftreten, die die Bruchlast unter Umständen verringern. Die Ursachen hierfür liegen in der Anordnung der Stäbe auf den Wabenzellen sowie an der Position, an der die Probekörper aus einer Sandwichplatte herausgetrennt werden. Für den Randstab entfällt dadurch im ungünstigen Fall zu einer Seite die elastische Bettung.

Bei allen Deckhautkonfigurationen zeigen sich bei zunehmender Druckbelastung kontinuierlich zunehmende Biegeverformungen der Stäbe senkrecht zur Deckhautfläche. Dieses Verhalten deutet darauf hin, dass es sich bei diesem Versagen nicht um ein klassisches Stabilitätsproblem, sondern vielmehr um ein Spannungsproblem handelt. Ursache für diese Biegeverformung infolge einer axialen Druckbeanspruchung können geometrische Imperfektionen (Vorverformungen) der Gitterstäbe sein.

3.3 Zweiachsige Vierpunktbiegeversuche

Bedingt durch die orthogonale Anordnung der Faserstränge sind die untersuchten Deckschichten durchaus geeignet, Lasten in beide Richtungen aufzunehmen. Dieser Belastungsfall tritt üblicherweise bei realen Plattenstrukturen ein.

Für Untersuchungen unter zweiachsiger Beanspruchung stehen im Wesentlichen zwei unterschiedliche Versuchskonzepte zur Verfügung: zweiachsige Zug-/Druckversuche oder zweiachsige Biegeversuche. Bei zweiachsigen Zugversuchen (Bild 3-17) wird mit einer geeigneten Prüfmaschine [68] ein ebener Probekörper unter orthogonal zueinander angeordneten Lastrichtungen beansprucht [69][70].

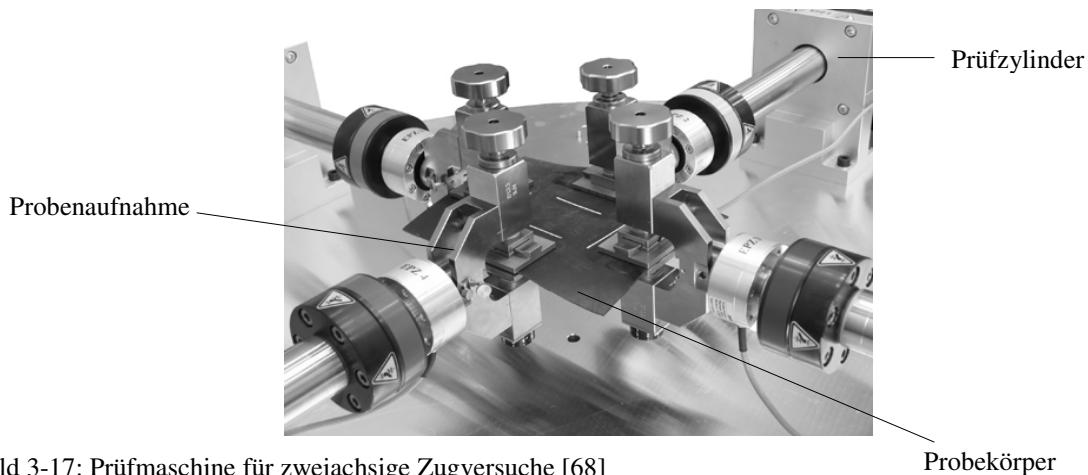


Bild 3-17: Prüfmaschine für zweiachsige Zugversuche [68]

Für ebene Sandwichplatten kann nach einem ähnlichen Prinzip eine Druckbeanspruchung aufgebracht werden [71][72]. Hierbei ergibt sich jedoch die Problematik, die Last gleichmäßig verteilt in beide Sandwichdeckhäute einzuleiten. Weiterhin besteht bei den in dieser Arbeit untersuchten Proben das Problem, dass durch die Beschichtung einer der Sandwichdeckhäute mit einer Kaptonfolie ein unsymmetrischer Sandwichaufbau vorliegt (vgl. Abschnitt 3.2.3). Aufgrund der nicht bekannten Längssteifigkeiten der beiden Deckhäute ist eine gleichmäßige Lasteinleitung nicht zu gewährleisten.

Eine geeignete Alternative zum Druckversuch stellt die zweiachsige Biegung dar [73][74][75]. Hierbei wird z.B. ein kreisrunder Probekörper, der an den Rändern gelagert ist, in der Mitte durch einen Stempel beansprucht (Bild 3-18). Dieser Versuch wird beispielsweise sowohl für Faserkunststoffverbunde als auch für Sandwichplatten [74] eingesetzt.

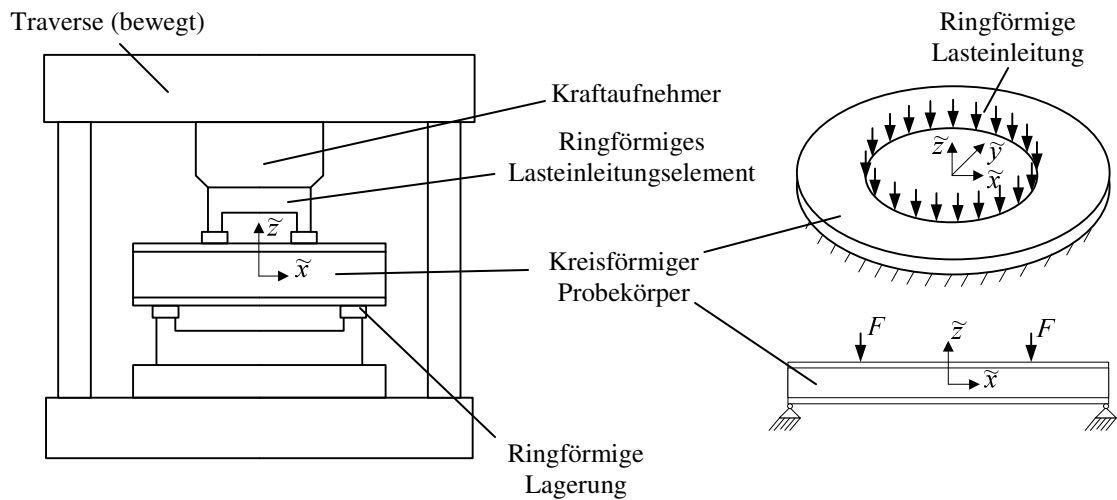


Bild 3-18: Beispiel eines zweiachsigen Biegeversuchs mit kreisförmigen (bzw. ovalen) Probekörpern [74]

Diesem Versuchskonzept steht sowohl das Problem der nicht zur Verfügung stehenden Probekörper als auch der Lasteinleitung in Sandwichplatten mit offenen Deckhäuten gegenüber. Aus diesem Grund wird basierend auf den zur Verfügung stehenden rechteckigen Vierpunktbiegeprobekörpern ein alternativer Versuchsaufbau für eine zweiachsige Vierpunktbiegung konzipiert.

3.3.1 Probekörper und Versuchsaufbau

Die zweiachsige Biegebeanspruchung wird an der Deckhautkonfiguration 1-2 untersucht (die Deckhautkonfigurationen 1 und 2 basieren auf der gleichen Deckhaut mit orthogonal zu einander angeordneten Lastrichtungen). Die kreuzförmigen Probekörper (Bild 3-19) werden aus den vorhandenen rechteckigen Biegeproben (Bild 3-6) für die einachsige Vierpunktbiegung gefertigt. Hierzu werden an eine intakte Biegeprobe zu beiden Seiten die Lasteinleitungsbereiche einer weiteren Biegeprobe angebunden.

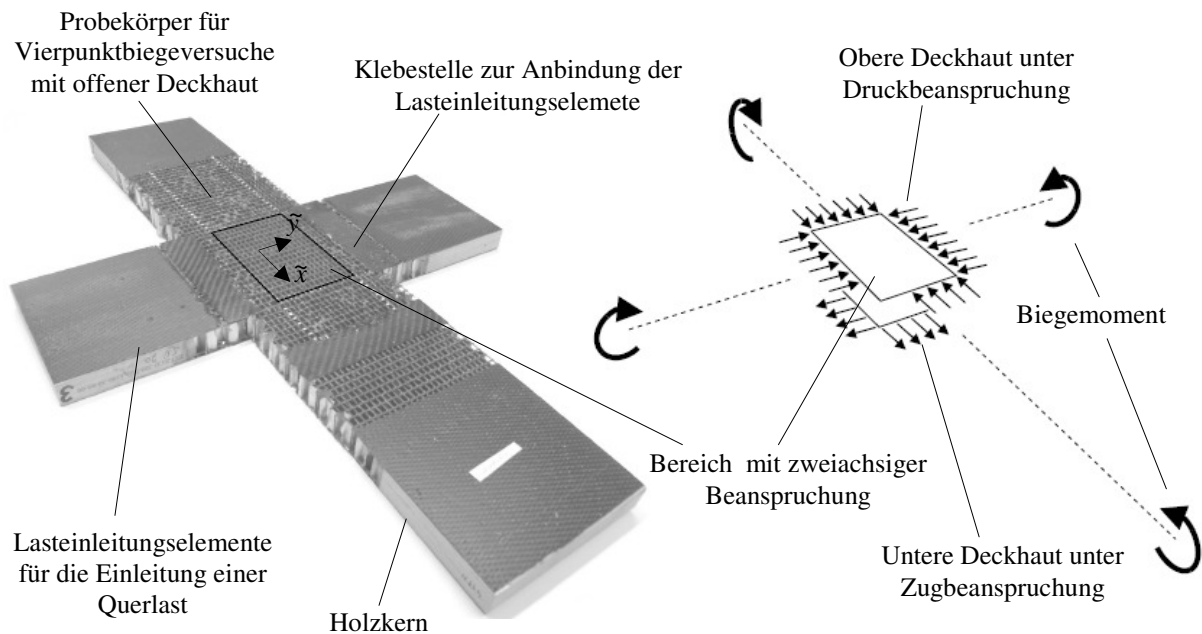


Bild 3-19: Probekörper für einen zweiachsigen Vierpunktbiegeversuch

Die Anbindung der Lasteinleitungselemente erfolgt über Doppler wie sie bereits zur Reparatur von Probekörpern für Vierpunktbiegeversuche verwendet wurden (vgl. Abschnitt 3.2.1). Im Kreuzungsbereich der Biegeproben liegt der zweiachsig beanspruchte Bereich (Bild 3-20).

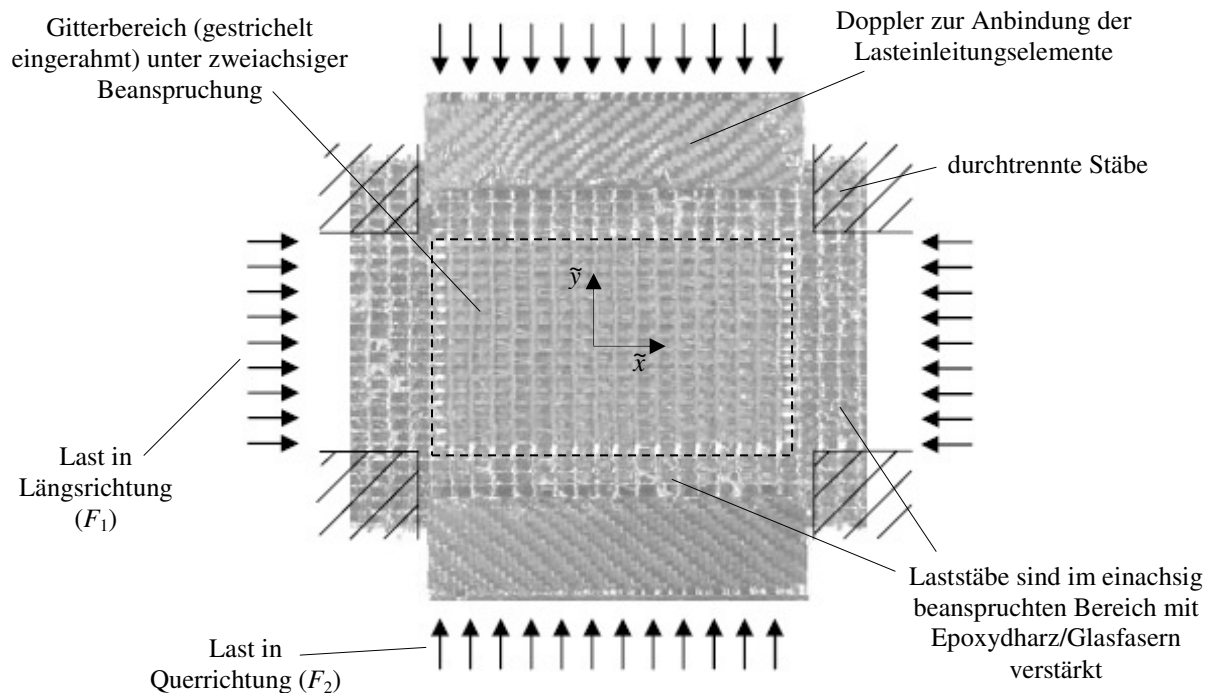


Bild 3-20: Zweiachsig beanspruchter Bereich eines Gitterausschnittes

Für eine zuverlässige Lasteinleitung in den markierten Bereich werden die Stäbe außerhalb dieses Bereiches durchtrennt. Um einem Bruch des Probekörpers im einachsig beanspruchten Bereich vorzubeugen, werden dort die Stäbe mit einem Gemisch aus Epoxydharz und Glasfasern bestrichen. Damit erhöhen sich die Biegesteifigkeiten dieser Stäbe und somit auch deren Tragvermögen. Weiterhin wird die Annahme getroffen, dass aufgrund der gitterartigen Form der Sandwichdeckhaut eine Lastumlagerung auf die angrenzenden einachsig beanspruchten Bereiche nur in geringem Maße auftritt und damit für die Berechnung der Stablasten vernachlässigbar ist.

Während des Biegeversuches wird die Deckhautlast \bar{F}_1 durch ein Biegemoment aus der Vierpunktbiegebeanspruchung (vgl. Abschnitt 3.2) erzeugt. Die Vierpunktbiegebeanspruchung wird mit Hilfe der Prüfmaschine bei einer Prüfgeschwindigkeit von 2mm/min aufgebracht. In Querrichtung wird die Deckhautlast \bar{F}_2 über die angeflanschten Lasteinleitungselemente eingeleitet. Das dazu benötigte Biegemoment wird über Seilzüge aus einer Normalkraft N , die mit dem Hebel $\bar{H}/2$ angreift, erzeugt. Die Seillast wird mit Gewichten erzeugt und ist damit für jeden untersuchten Probekörper während der Versuchsdauer konstant. Bild 3-21 zeigt eine Prinzipskizze mit den Seilzügen und der daraus resultierenden Beanspruchung des Probekörpers.

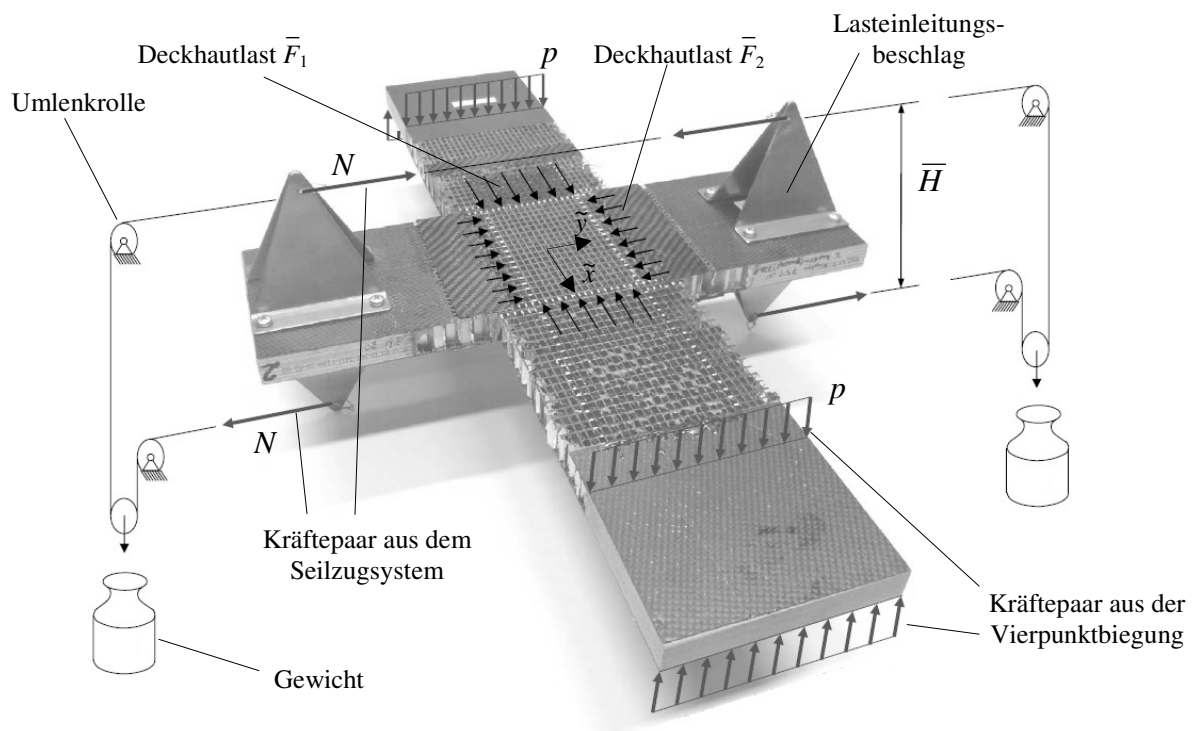


Bild 3-21: Schematische Darstellung eines Probekörpers mit Lasteinleitungsbeschlägen und den angreifenden Lasten

Das zur Führung der Seilzüge benötigte Gestell wurde speziell für diesen Versuch entworfen. Bild 3-22 zeigt den kompletten Versuchsaufbau mit einem Probekörper vor dem Versuchsbeginn.

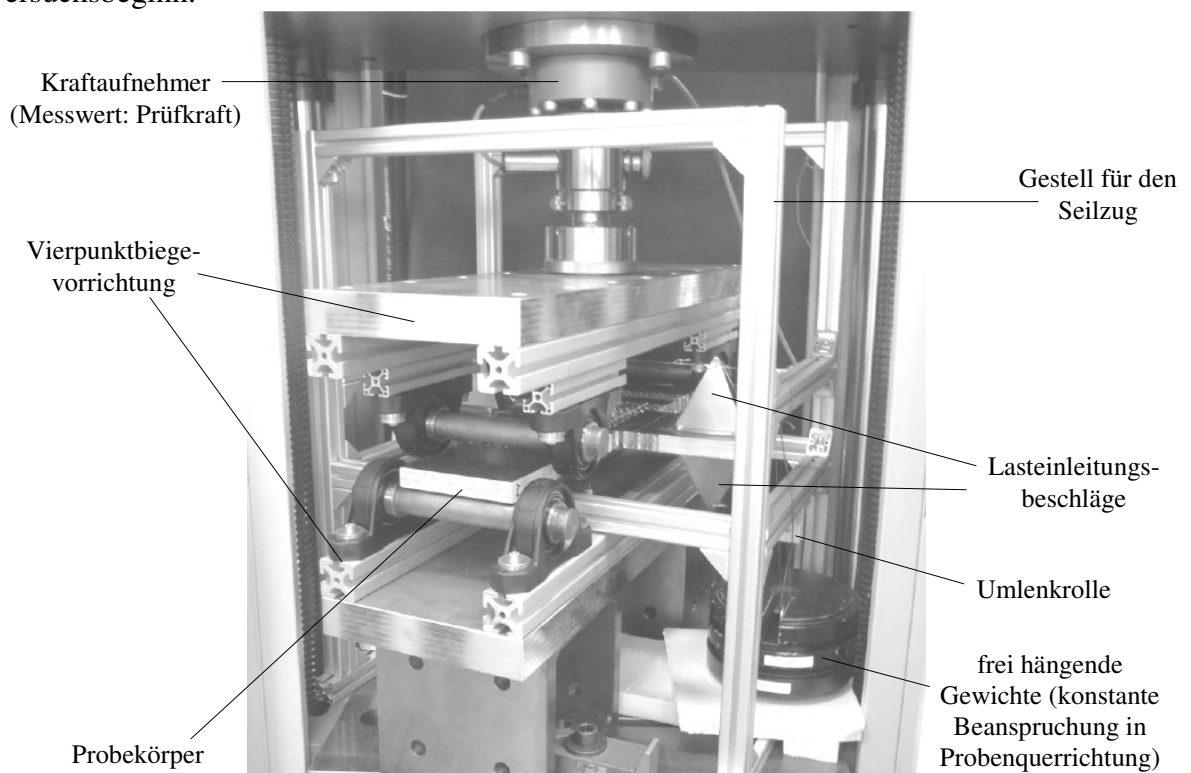


Bild 3-22: Versuchsaufbau der zweiachsigen Vierpunktbiegung

Während des laufenden Versuches wird der zweiachsig beanspruchte Bereich mit einer Videokamera gefilmt. Die Aufnahmen werden für eine qualitative Analyse des Last-Verformungs-Verhaltens genutzt.

3.3.2 Ergebnisse und Interaktion

Die Berechnung der Stabbruchlasten F_i erfolgt unter der Annahme einer gleichmäßigen Verteilung der Deckhautlast auf alle Stäbe. Bei der Berechnung der Stabbruchlasten wird weiterhin die Annahme getroffen, dass die Lastumlagerung auf die benachbarten einachsig beanspruchten Bereiche vernachlässigbar klein ist.

Die Stablast F_1 in Längsrichtung wird aus der Bruchlast F_{Bruch} des Probekörpers mit der Gleichung (3.2) berechnet. In Querrichtung resultiert die Stablast F_2 aus der angreifenden Seillast N (vgl. Bild 3-21), dem Abstand \bar{H} der Lastangriffspunkte zueinander, dem Abstand H der Deckhäute zueinander sowie der Anzahl n der Stäbe.

$$F_2 = N \frac{\bar{H}}{H} \frac{1}{n} \quad (3.3)$$

Der zweiachsig beanspruchte Bereich weist bei diesen Probekörpern keine freien Ränder auf, womit Randeffekte, wie auf dem Bild 3-16 zu sehen ist, nicht auftreten können. Ebenfalls ist der zweiachsig beanspruchte Bereich deutlich kleiner als das offene Gitter der in Abschnitt 3.2 untersuchten Proben. Damit verringert sich die Wahrscheinlichkeit, dass die schwächste Stelle des Gitters im zweiachsig beanspruchten Bereich liegt. Aufgrund der genannten Tatsachen sind die zu erwartenden Stabbruchlasten bei einachsiger Beanspruchung größer als die in Abschnitt 3.2.2 ermittelten Werte (vgl. Deckhautkonfiguration 1 und 2). Die maximalen Stabbruchlast $F_{i \max}$ bei einachsiger Beanspruchung werden daher für jede Lastrichtung nochmals an den modifizierten Probekörpern bestimmt.

Tabelle 3-6 zeigt die ermittelten Stabbruchlasten. Der Einfluss des Eigengewichts der Lasteinleitungselemente (Querbeanspruchung) wird bei der Berechnung der Stabbruchlasten berücksichtigt.

Tabelle 3-6: Stabbruchlasten bei zweiachsiger Biegebeanspruchung

Versuch	Prüflast	Stablast „längs“	Seillast	Stablast „quer“		
Nr.	F [N]	F_1 [N]	N [N]	F_2 [N]	$F_1/F_{1 \max}$ [-]	$F_2/F_{2 \max}$ [-]
1	318	39,9	-	-	1,00	0,00
2	248	33,2	50	19,3	0,83	0,42
3	287	33,6	50	20,3	0,84	0,44
4	260	32,6	62	27,0	0,82	0,59
5	170	24,0	75	34,6	0,60	0,75
6	200	25,9	75	34,6	0,65	0,75
7	122	18,4	87	38,3	0,46	0,83
8	68	12,8	87	40,6	0,32	0,88
9	-	-	98	47,7	0,00	1,00

Mit zunehmender Beanspruchung in \tilde{y} -Richtung der Probe verringert sich die Tragfähigkeit in \tilde{x} -Richtung. Weiterhin ist zu sehen, dass die Bruchlasten $F_{i \max}$ bei einachsiger Beanspruchung entsprechend der Erwartungen höher sind als die in Abschnitt 3.2 ermittelten Werte (vgl. Tabelle 3-3).

Interaktion zwischen den beiden Lastrichtungen

Zur Darstellung der Interaktion (Bild 3-23) zwischen den beiden Lastrichtungen werden die Stabbruchlasten F_i jeweils auf die maximale Stabbruchlast F_{imax} bei einachsiger Beanspruchung normiert. Da alle Versuche an den für diesen Lastfall modifizierten Probekörpern durchgeführt wurden und damit der Effekt einer eventuellen Lastumlagerung immer gleich ist, entfällt dieser durch die Normierung.

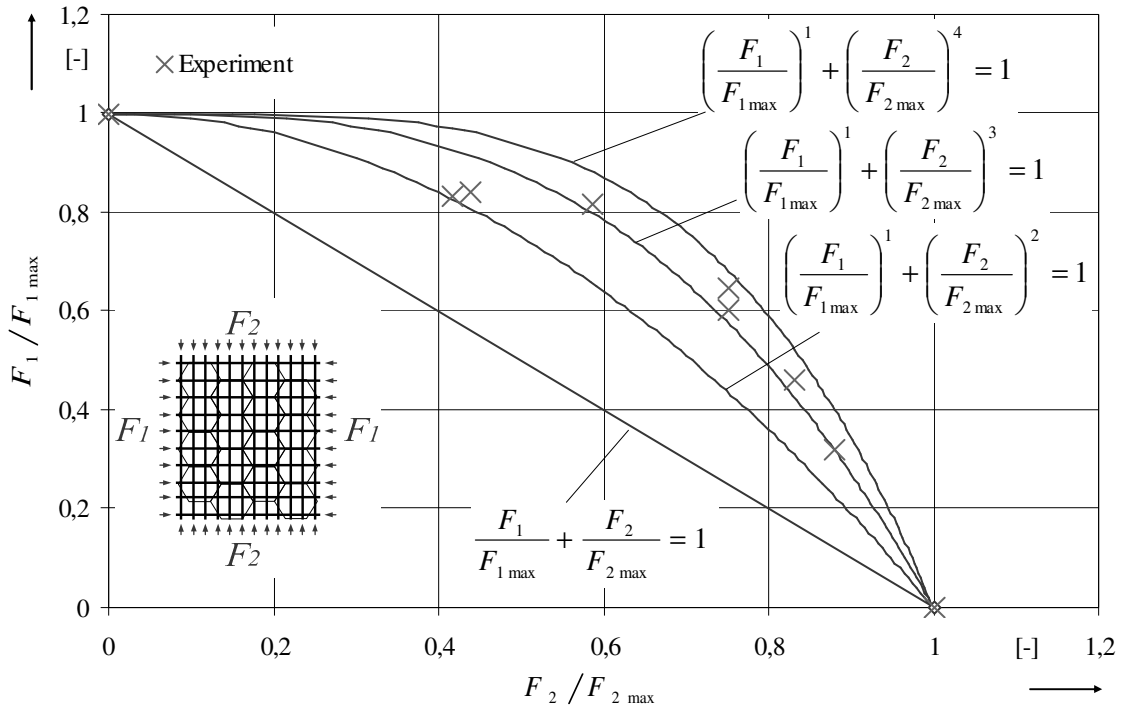


Bild 3-23: Interaktion zwischen den Stabbruchlasten in beide Lastrichtungen

Wie aus Bild 3-23 zu erkennen ist, beeinflussen sich die Stabbruchlasten in beide Lastrichtungen deutlich. Zur Veranschaulichung sind insgesamt drei nichtlineare Kurven mit unterschiedlichen Exponenten im Diagramm dargestellt. Wie zu sehen ist, lassen sich die Versuchsergebnisse gut mit der Beziehung (3.4) beschreiben.

$$\left(\frac{F_1}{F_{1\max}} \right)^1 + \left(\frac{F_2}{F_{2\max}} \right)^3 = 1 \quad (3.4)$$

Die Ursache für die deutliche nichtlineare Interaktion zwischen den beiden Lastrichtungen ist vor allem darin begründet, dass die Stäbe in beide Richtungen jeweils unterschiedliche Gitterkonstanten aufweisen. Ähnlichkeiten zur Beziehung (2.9) für den Versagensfall des Deckhautknitterns sind nach dem bisherigen Wissensstand aufgrund der unterschiedlichen Versagensformen nicht physikalisch untermauert.

Der ebenfalls dargestellte lineare Zusammenhang zwischen den Bruchlasten in beide Lastrichtungen stellt eine konservative Beschreibung der Belastungsgrenze dar. Es ist ersichtlich, dass unter Verwendung des linearen Zusammenhangs das Potential der Deckhaut nicht optimal genutzt werden kann.

Kraft-Weg-Verläufe

Die Kraft-Weg-Verläufe (Bild 3-24) zeigen ein ähnliches Verhalten wie früher dargestellt (vgl. Bild 3-9 der Deckhautkonfiguration 1). Ein wesentlicher Unterschied, dargestellt am Beispiel des Versuchs Nr. 5, liegt jedoch in der deutlich niedrigeren Bruchlast sowie dem Abfall der Steifigkeit ab einer Prüflast von ca. 100N (entspricht einer axialen Stablast von 16N).

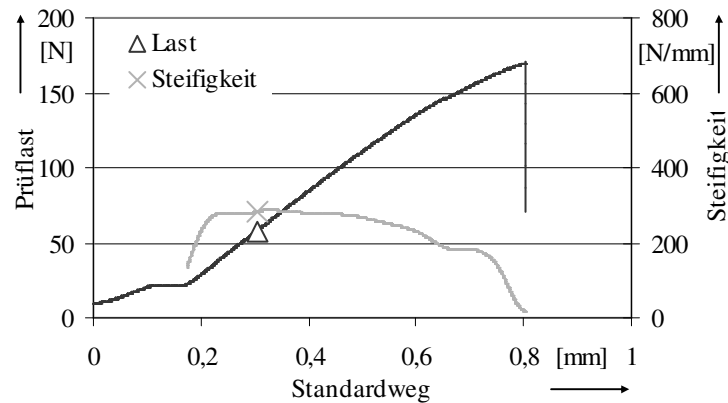


Bild 3-24: Kraft-Weg-Verlauf des zweiachsig beanspruchten Probekörpers aus dem Versuch Nr. 5

Dies bestätigt die bisherigen Beobachtungen, wonach die Verringerung der Steifigkeit vor dem Bruch aus einem geometrisch nichtlinearen Verformungsverhalten der Deckhautstäbe (Druckbiegung) resultiert.

3.3.3 Verformungs- und Bruchverhalten

Ähnlich dem Verformungsverhalten bei der einachsigen Beanspruchung zeigen sich auch bei der zweiachsigen Beanspruchung zunehmende Verformungen der Stäbe aus der Ebene heraus bei größer werdender Druckbeanspruchung. Bild 3-25 zeigt den zweiachsig beanspruchten Bereich der Deckhaut bei vier unterschiedlichen Laststufen. Das letzte Bild zeigt die gitterartige Deckhaut direkt vor dem Bruch, wobei deutliche Verformungen sichtbar sind. Bruchstellen außerhalb des zweiachsig beanspruchten Bereiches sowie ein Ablösen der Deckhaut vom Wabenkern konnte wiederum nicht beobachtet werden.

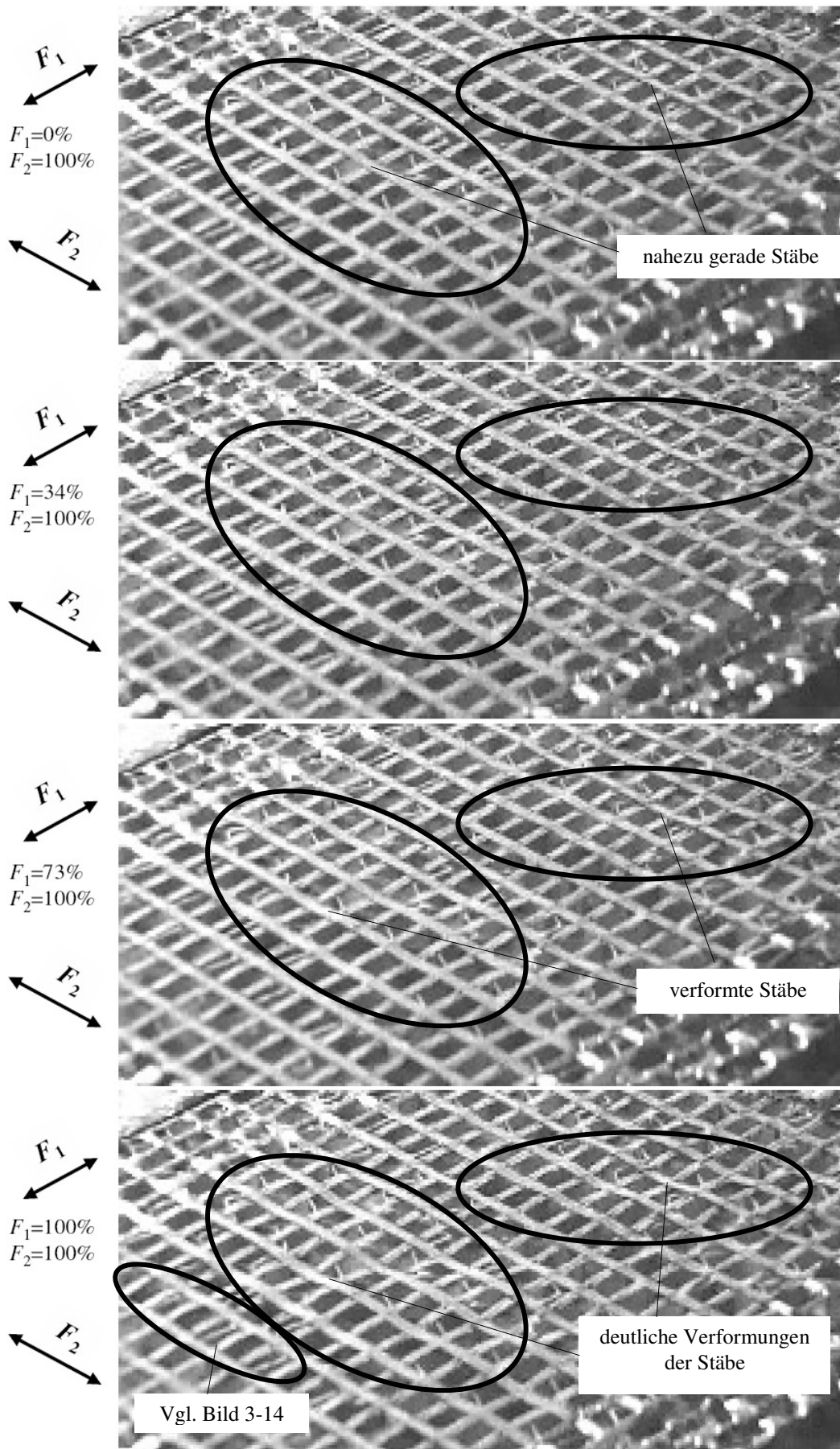


Bild 3-25: Zweiachsig beanspruchter Bereich bei zunehmender Längslast (Versuch Nr. 5)

4 Theoretische Untersuchungen

Wie die Biege- und Druckversuche zeigen, stimmen die Versagensformen der offenen Sandwichdeckhäute nur bedingt mit denen der klassischen Sandwichbauweise (vgl. Abschnitt 2.1.2) überein. Die Versagensform Deckhautknittern, bei der die Wabe mit in das Versagen einbezogen wird, konnte bei offenen Sandwichdeckhäuten nicht beobachtet werden. Nur eine dem interzellularen Beulen ähnliche Versagensform zeigt Gemeinsamkeiten zur klassischen Sandwichbauweise mit geschlossenen Deckhäuten.

Dagegen konnte beobachtet werden, dass es zu einer kontinuierlich zunehmenden Biegeverformung der Stäbe mit steigender axialer Drucklast kommt. Dies deutet darauf hin, dass es sich beim Versagen nicht um ein Stabilitätsproblem, sondern um ein Spannungsproblem der Stäbe handelt. Weiterhin zeigen Videos zu den Versuchen, dass die Biegeverformungen der Stäbe auf Bereiche zwischen zwei Querstäben (Deckhautkonfigurationen 1 und 5) bzw. einer Wabenzelle (Deckhautkonfigurationen 2, 3 und 4) begrenzt sind. Verformungen der Waben konnten nicht beobachtet werden.

Diese Beobachtungen legen es nahe, zur Abschätzung des Tragverhaltens von Sandwichstrukturen mit offenen Deckhäuten (Bild 4-1) analytische Berechnungsmethoden zur Ermittlung der Spannungen in druckbeanspruchten Stäben anzuwenden.

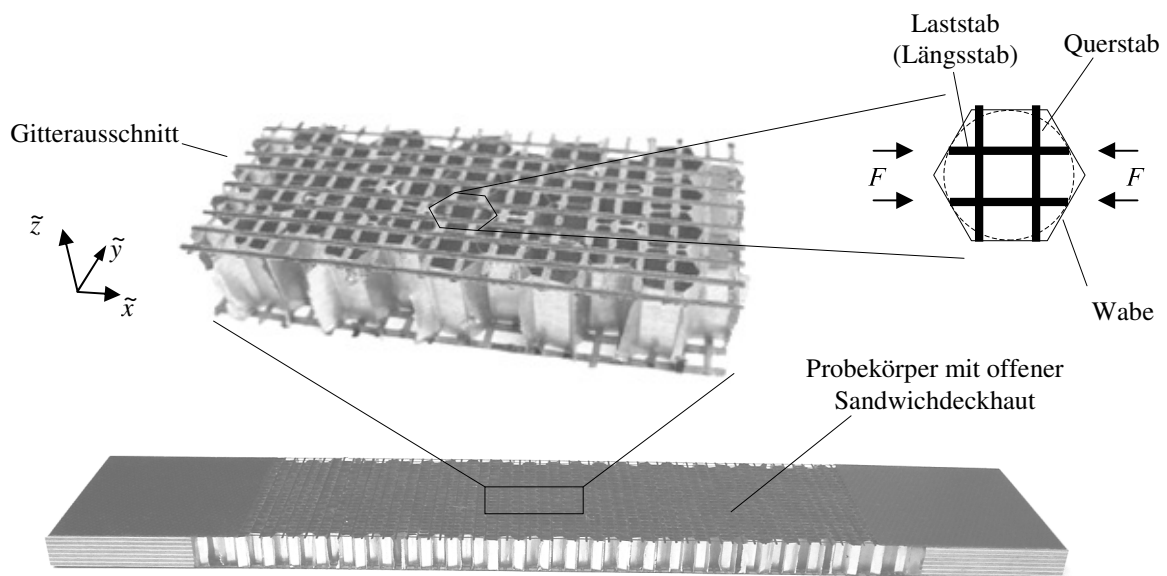


Bild 4-1: Ausschnitt einer gitterartigen Sandwichdeckhaut

Für die weiteren Betrachtungen gelten folgende Voraussetzungen:

- Laststäbe (Indizes „l“) sind Schubstarr,
- Querstäbe (Indizes „q“) sind Schubweich oder Schubstarr,
- Laststäbe sind an den Lagerpunkten auf den Wabenstegen senkrecht zur Sandwichebene nicht verschiebbar,
- konstante Stabgeometrie über die Stablänge,
- keine Eigenspannungen in den Stäben,
- linear-elastisches Materialverhalten,
- Wechselwirkungen zu den Stäben in den benachbarten Wabenzellen werden weitgehend vernachlässigt.

Die nachfolgenden Betrachtungen befassen sich mit dem Verhalten einzelner Stäbe unter axialer Druckbelastung. Es werden sowohl Deckhäute ohne als auch mit Kaptonfolie betrachtet. Für Deckhautkonfigurationen ohne Kaptonfolie wird weiterhin unterschieden zwischen dem Stabilitäts- und dem Spannungsproblem.

Weiterführende Betrachtungen befassen sich mit orthogonal zueinander angeordneten Stäben unter zweiachsiger Beanspruchung, sowie der Verteilung der Last beim Bruch eines Stabes.

4.1 Grundgrößen der Deckhäute für theoretische Betrachtungen

Mit Hilfe analytischer Berechnungsmodelle werden für alle Deckhautkonfigurationen mehrere lastübertragende Stäbe in einzelnen Wabenzellen hinsichtlich der Spannungen infolge einer Axiallast analysiert. Bild 4-2 zeigt die dafür benötigten Definitionen der Gitterkenngrößen g_l , g_q und s sowie vier charakteristische Bereiche mit verformten Stäben.

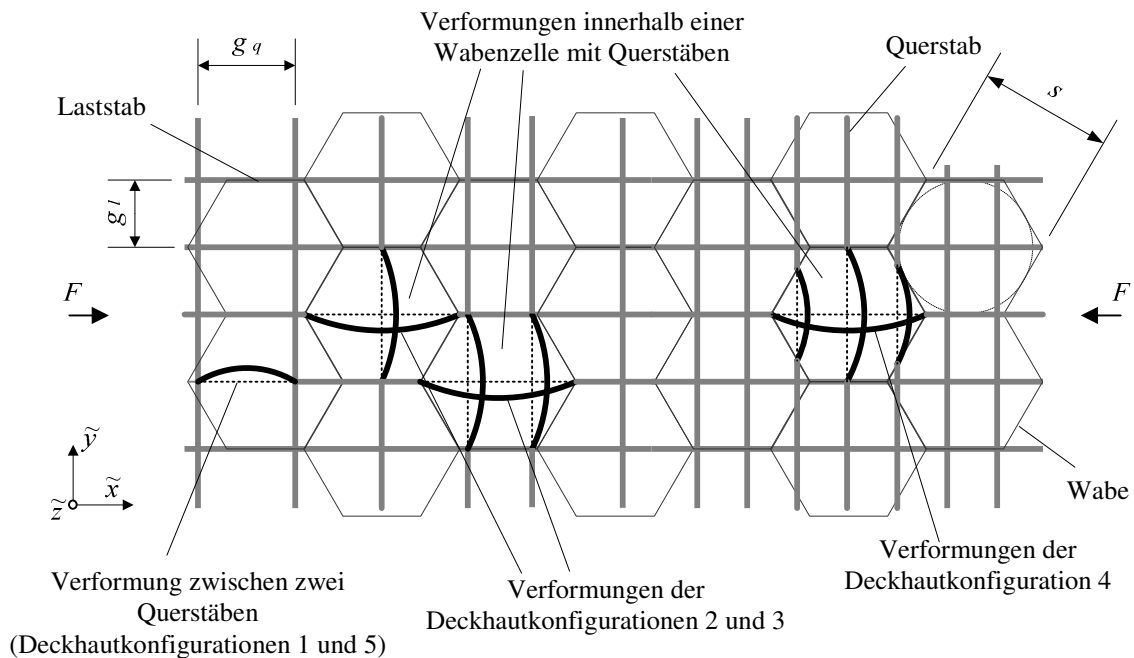


Bild 4-2: Beispiel eines Gitters mit Kenngrößen und unterschiedlichen Anordnungen verformter Stäbe innerhalb der Wabenzellen

4.1.1 Kenngrößen der Sandwichdeckhäute

Für die theoretischen Untersuchungen werden die geometrischen Kenngrößen der Sandwichdeckhäute, wie beispielsweise die Abmessungen und Abstände der Stäbe, benötigt. Im Rahmen dieser Arbeit werden diese Größen aus Schliffbildern ermittelt.

Querschnittsform der Gitterstäbe

Schliffbilder senkrecht zur Stabrichtung zeigen dabei, dass die Querschnittsform der Stäbe mehr einem elliptischen als einem rechteckigen Querschnitt (Bild 4-3) entspricht. Weiterhin ist zu sehen, dass neben dem eigentlichen Faserstrang teilweise deutliche Harzansammlungen vorhanden sind. Die Harzansammlungen sind über die Länge der Stäbe jedoch nicht gleich stark ausgeprägt. Da die Steifigkeit des Harzes sehr viel kleiner als die Steifigkeit der Kohlenstofffasern ist, werden die Harzansammlungen bei der Berechnung der Flächenträgheitsmomente sowie der Spannungen vorerst vernachlässigt.

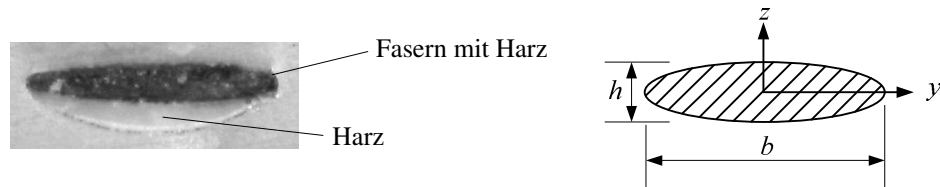


Bild 4-3: Querschnittsform der Stäbe einer offenen Sandwichdeckhaut

Bei gleicher Querschnittsfläche A und gleichem Breiten- zu Höhenverhältnis b/h weist der elliptische Querschnitt, diese Querschnittsform wurde bereits bei der Berechnung des Faservolumengehaltes berücksichtigt, eine geringere Biegesteifigkeit als ein Rechteckquerschnitt auf. Ersterer stellt damit die als kritisch zu betrachtende Querschnittsform dar. Daher wird für alle nachfolgenden Betrachtungen eine elliptische Querschnittsform der Gitterstäbe zu Grunde gelegt. Für die Querschnittsfläche A , das Flächenträgheitsmoment I um die y - und z -Achse sowie das Torsionsflächenmoment I_T gilt nach [76]:

$$A = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot b \cdot h, \quad (4.1)$$

$$I_y = \frac{1}{64} \pi \cdot h^3 \cdot b, \quad (4.2)$$

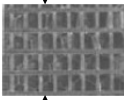
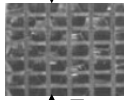
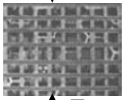
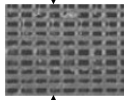
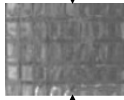





$$I_z = \frac{1}{64} \pi \cdot b^3 \cdot h, \quad (4.3)$$

$$I_T = \frac{1}{16} \pi \frac{b^3 \cdot h^3}{b^2 + h^2}. \quad (4.4)$$

Kenngrößen der Gitterstäbe der einzelnen Deckhautkonfigurationen

In Tabelle 4-1 sind die aus den Schlißbildern ermittelten geometrischen Kenngrößen sowie die daraus folgenden Faservolumengehalte und Materialkennwerte angegeben.

Tabelle 4-1: Übersicht der untersuchten Deckhautkonfigurationen sowie deren geometrischen und mechanischen Kenngrößen

Konfigurationen		1	2	3	4	5
						
Kenngrößen						
g_l	[mm]	4,452	6,757	4,566	4,562	4,498
g_q	[mm]	6,757	4,452	4,478	3,030	6,348
b_l	[mm]	1,200	1,472	1,239	1,160	1,233
h_l	[mm]	0,195	0,163	0,187	0,188	0,174
b_q	[mm]	1,472	1,200	1,466	1,383	1,320
h_q	[mm]	0,163	0,195	0,153	0,161	0,165
e	[mm]	0,12	-0,15	-0,165	-0,169	0,069
φ_F	[%]	64	64	65	68	64
ν	[-]	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
s	[mm]	9,53	9,53	9,53	9,53	9,53
E_{Stab}	[N/mm ²]	347184	347184	352908	367654	347184
G_{Stab}	[N/mm ²]	6381	6381	6536	7029	7383
σ_B	[N/mm ²]	±1308	±1308	±1308	±1308	±1308

Für alle Stäbe jeder Deckhautkonfiguration wird der gleiche Faservolumengehalt in beide Stabrichtungen angenommen. Ebenfalls wird die Vereinfachung getroffen, dass der kleinste ermittelte Faservolumenanteil aller Deckhautkonfigurationen ($\varphi=64\%$) die Bruchspannung vorgibt. Diese Annahme stellt damit die untere Festigkeitsgrenze dar.

Die Kenngrößen der Ausgangswerkstoffe (Kohlenstofffasern und Epoxidharz) sind den Herstellerangaben bzw. den zur Verfügung gestellten Datenblättern entnommen (vgl. Anhang A-1 und A-2).

Wabenzellen

Weiterhin werden für einige Berechnungsmodelle theoretische Stablängen (in Längs- und Querrichtung) benötigt. Diese folgen aus der Stabposition innerhalb einer Wabenzelle (Bild 4-4).

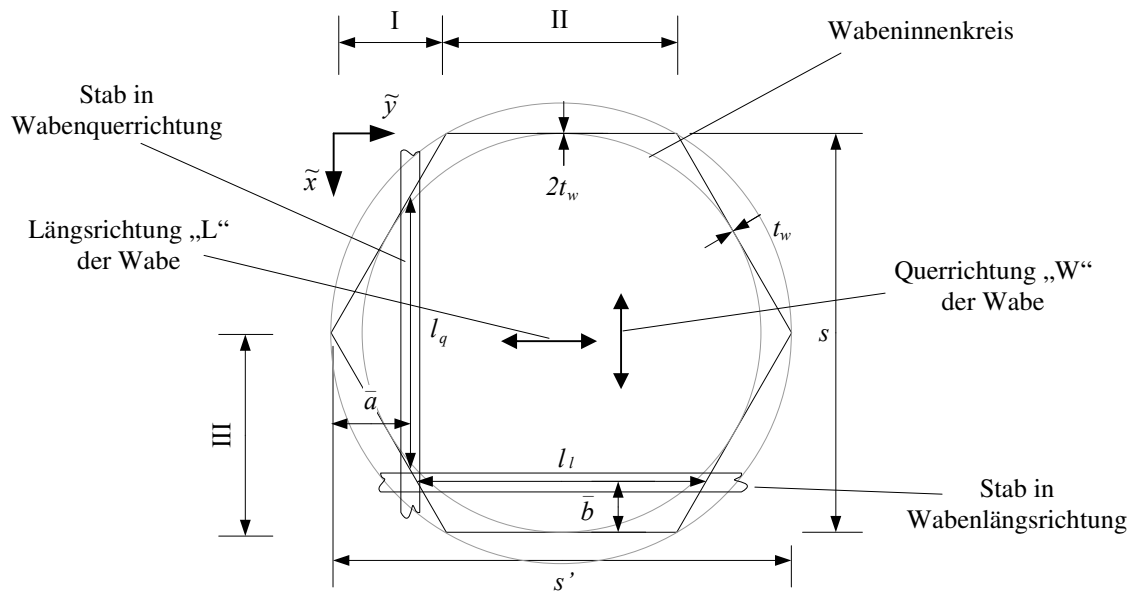


Bild 4-4: Geometrie einer Wabenzelle mit Gitterstäben in beide Wabenrichtungen

Für die verwendeten Waben mit einer hexagonalen Zellenform ist der Innenkreisdurchmesser s angegeben. Aufgrund der geometrischen Beziehungen ergibt sich aus diesem die maximale Abmessung s' der Wabenzelle zu:

$$s' = \frac{2}{\sqrt{3}} s. \quad (4.5)$$

Die Stablängen l_q und l_l ergeben sich als Funktion der Abstände \bar{a} und \bar{b} der Stäbe vom Rand:

$$\text{für den Bereich I: } 0 < \bar{a} < \frac{s'}{4} : l_q = \frac{s}{s'} 4\bar{a}, \quad (4.6)$$

$$\text{für den Bereich II: } \frac{s'}{4} < \bar{a} < \frac{3}{4} s' : l_q = s \quad (4.7)$$

$$\text{sowie für den Bereich III: } 0 < \bar{b} < \frac{s}{2} : l_l = \frac{s'}{2} + \frac{s'}{s} \bar{b}. \quad (4.8)$$

Da die Wanddicke t_w der Wabenbleche sehr viel kleiner als der Durchmesser der Wabe selbst ist, wird diese für die weiteren Berechnungen der geometrischen Größen vernachlässigt.

4.1.2 Vorverformungen der Laststäbe

Die Analyse von Schliffbildern der Laststäbe in Stabrichtung zeigt, dass die Stäbe im lastfreien Zustand nicht ideal gerade sind, sondern eine Vorverformung $w_0(x)$ aufweisen (Bild 4-5).

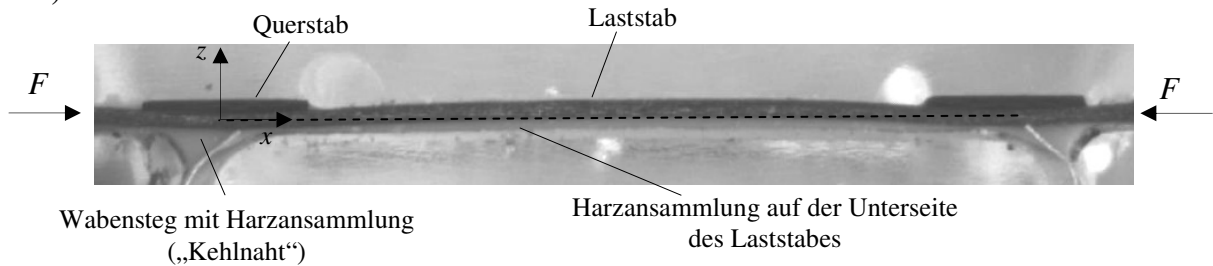


Bild 4-5: Vorverformung eines lastübertragenden Stabes zwischen zwei Querstäben der Deckhautkonfiguration 1

Die dominierende Vorverformung eines Stabes der Deckhautkonfigurationen 1 und 5 erstreckt sich über den gesamten Bereich zwischen zwei Querstäben. Dabei zeigt die Vorverformung vom Kern nach außen. Infolge einer axialen Druckbeanspruchung verformt sich der Stab in Richtung der Vorverformung. Dieses Verhalten konnte bei den experimentellen Untersuchungen beobachtet werden (vgl. Bild 3-5). Weiterhin sind ausgeprägte Kehlnähte aus Harz im Bereich der Klebung zwischen Stab und Wabensteg sowie eine Harzansammlung auf der in Richtung Kern zeigenden Seite des Stabes zu erkennen. Die Dicke der Harzansammlung ist über die Stablänge nicht konstant.

Eine andere Variante vorverformter Stäbe ist bei den Deckhautkonfigurationen 2 bis 4 zu beobachten. Diese Vorverformung zeigt in Richtung des Kerns (Bild 4-6). Der vorverformte Stab wird dabei durch die Wabenstege begrenzt.

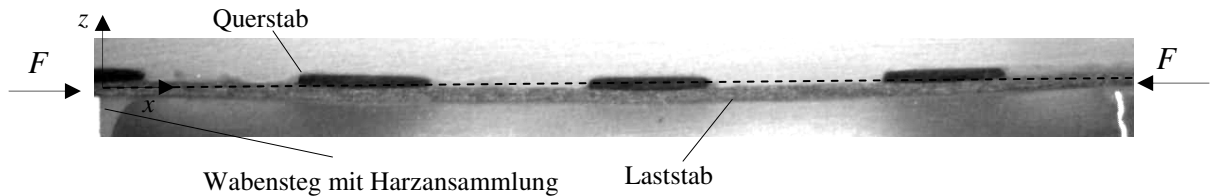


Bild 4-6: Vorverformung eines lastübertragenden Stabes innerhalb einer Wabenzelle (Deckhautkonfiguration 4)

Mathematische Beschreibung der Vorverformung

Der Verlauf $w_0(x)$ der Vorverformung lässt sich für alle Deckhautkonfigurationen durch einen kosinusförmigen Verlauf annähern (Bild 4-7).

$$w_0(x) = \frac{e}{2} \left(1 - \cos \left(2 \cdot \pi \cdot \frac{x}{l} \right) \right) \quad (4.9)$$

Zur analytischen Spannungsberechnung in den Stäben werden die maximalen Größen e der Vorverformungen direkt aus dem Schliffbild übernommen.

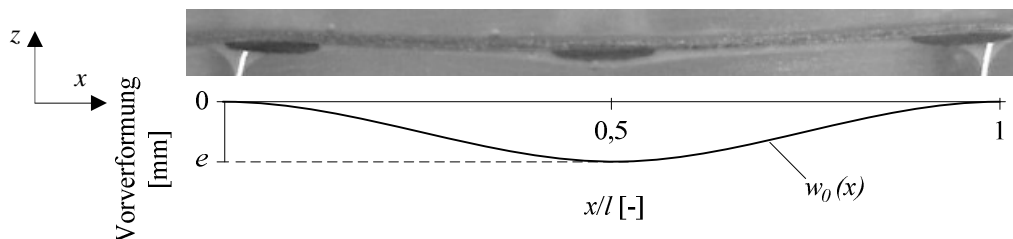


Bild 4-7: Kosinusförmige Vorverformung eines lastübertragenden Stabes innerhalb einer Wabenzelle der Deckhautkonfiguration 2

Bei den untersuchten Deckhautkonfigurationen entspricht die maximale Vorverformung e in etwa der Höhe h eines Stabes. Sind zur Größe der Vorverformung keine Informationen gegeben, kann daher vereinfachend $e \approx h$ angenommen werden.

Generell lassen sich zur Beschreibung der tatsächlichen Vorverformung auch andere mathematische Funktionen als die Kosinusfunktion nutzen. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass diese sich zur Herleitung der analytischen Lösung zweimal differenzieren lassen müssen. Eine trigonometrische Funktion erfüllt diese Forderung.

Theoretische Vorverformungen der Stäbe innerhalb einer Wabenzelle

Im Rahmen der weiteren theoretischen Betrachtungen wird weiterhin die Annahme getroffen, dass die maximale Vorverformung e immer in der Mitte einer Wabenzelle auftritt. Sind die Stäbe zum Rand der Wabenzelle hin angeordnet, verringert sich entsprechend des Funktionsverlaufes $w_0(x)$ die Größe der Vorverformung. Weiterhin weisen neben dem lastübertragenden Stab die in Querrichtung verlaufenden Stäbe ebenfalls Vorverformungen auf (Bild 4-8).

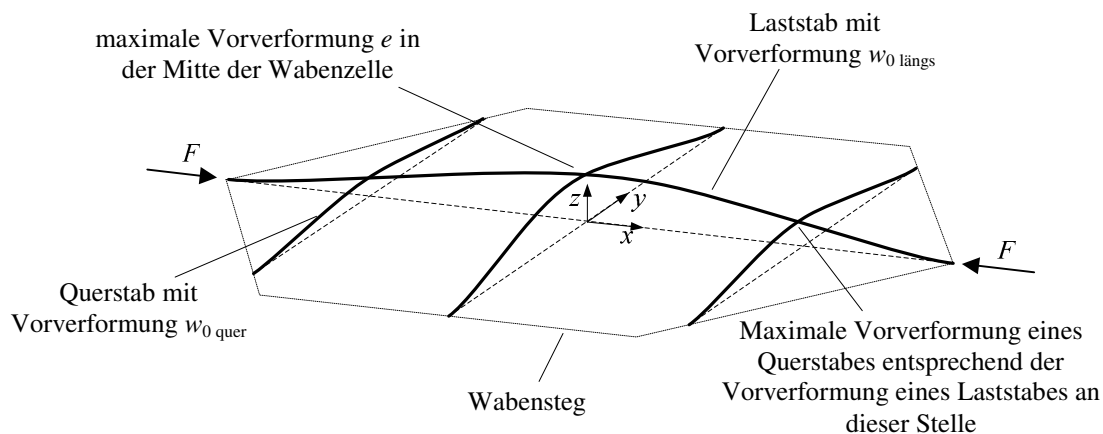


Bild 4-8: Theoretische Vorverformungen an verschiedenen Positionen innerhalb der Wabenzellen (die maximale Vorverformung e tritt in der Mitte der Wabenzelle auf)

Entstehung der Vorverformungen

Die Vorverformungen der Stäbe resultieren nach dem bisherigen Wissensstand aus dem Fertigungsprozess, in dem mehrere Prozessschritte zum Aushärten des Harzes und des Folienklebers (bei jeweils erhöhten Temperaturen) aufeinander folgen. Während dieser Prozessschritte werden die Stäbe infolge des Anpressdrucks durch einen Vakuumaufbau [48] zwischen den jeweils quer angeordneten Stäben des Gitters sowie den Wabenzellen verformt (Bild 4-9).

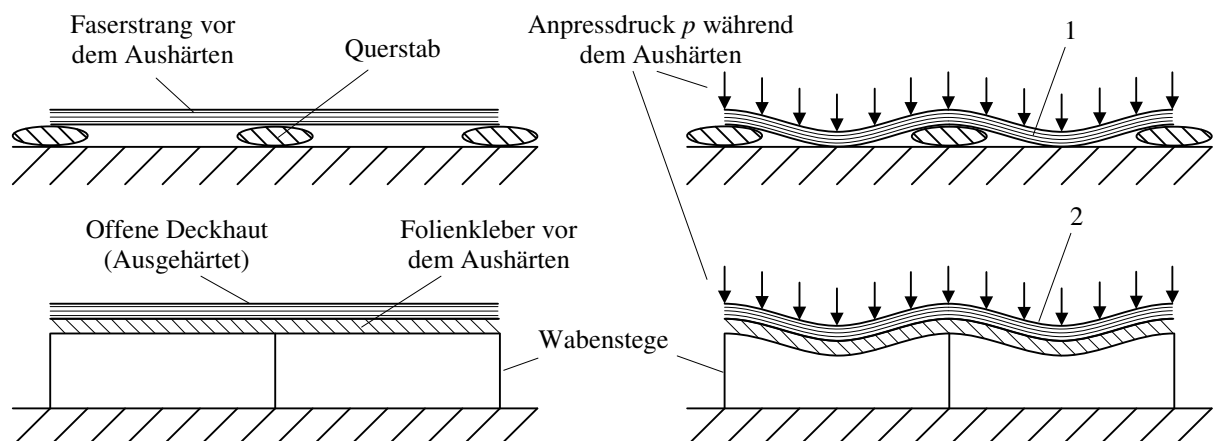


Bild 4-9: Vorverformungen infolge des Fertigungsprozesses

- 1: Durch den Anpressdruck p infolge des Vakuumaufbaus werden die Faserstränge vor dem Aushärten verformt. Nach dem Aushärten bleiben diese Verformungen zurück.
- 2: Die bereits ausgehärteten Stäbe werden aufgrund des Anpressdrucks p infolge des Vakuumaufbaus innerhalb der Wabenzellen elastisch verformt. Während dieses Prozessschrittes härtet der zur Anbindung der Stäbe an die Wabenzellen benötigte Folienkleber aus und behindert eine vollständige Rückverformung der Stäbe. In diesem Fall sind vorerst Eigenspannungen in den Stäben zu erwarten.

Während sich die Fasern elastisch verhalten, kommt es bei der Matrix zu einer Relaxation. Diese wird durch die voranschreitende Zeit und die Einwirkung von Wärme begünstigt. Daraus resultierend verringern sich im Allgemeinen Eigenspannungen [57]. Für die weiteren Berechnungen wird daher angenommen, dass die verformten Stäbe frei von größeren Eigenspannungen sind.

4.1.3 Lagerbedingungen der lastübertragenden Stäbe

Um die Lagerung der lastübertragenden Stäbe möglichst genau wiederzugeben reichen die klassischen Lagerbedingungen „gelenkige Lagerung“ und „feste Einspannung“ nicht aus. Während die Enden der vorverformten Stäbe auf den Wabenstegen (Bild 4-10) als unverschieblich in z -Richtung angesehen werden, sind dazwischen weitere elastische Lager zu berücksichtigen.

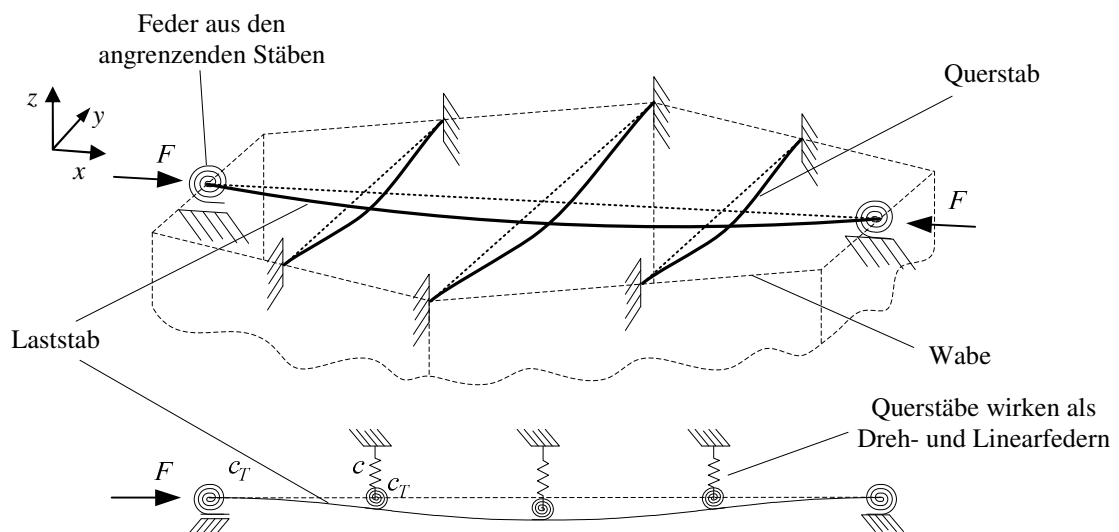


Bild 4-10: Laststab mit Torsions- und Linearfedern aus Querstäben

Die in Querrichtung verlaufenden Stäbe erfahren eine Biegeverformung sowie aufgrund des Biegewinkels des Laststabes auch eine Torsionsverformung. Unter der Annahme einer perfekten Klebung wirken die quer verlaufenden Stäbe damit als Dreh- und Linearfedern mit den Steifigkeiten c_T und c (Bild 4-11).

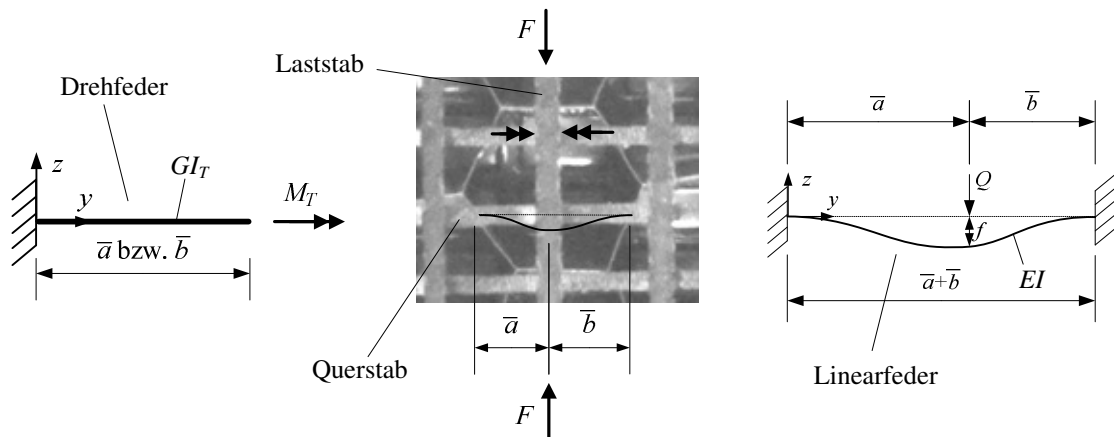


Bild 4-11: Beispiel für Dreh- und Linearfedern aus quer verlaufenden Stäben

Drehfedern

Die Drehfedersteifigkeit c_T eines Querstabes resultiert aus dem Torsionsmoment M_T des verdrehten Stabes und dem dazugehörigen Drehwinkel φ [76].

$$c_T = \frac{M_T}{\varphi} = GI_T \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (4.10)$$

Eine andere Art von Drehfeder ist an den Lagerstellen der Laststäbe auf den Wabenstegen zu berücksichtigen. Die Laststäbe sind letztendlich Durchlaufträger (Bild 4-12), die am Lagerpunkt um den Biegewinkel verformt werden.

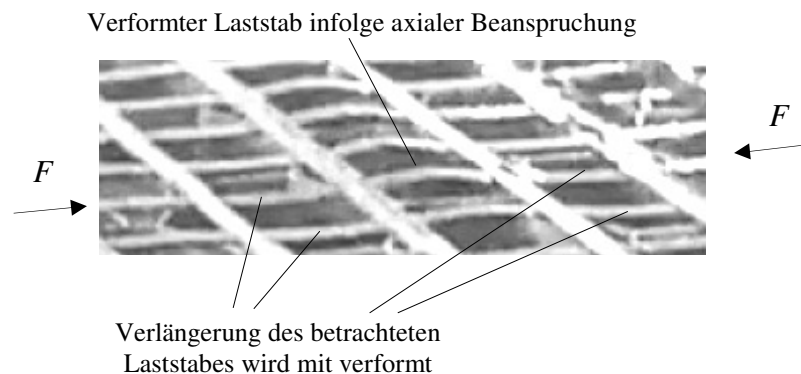


Bild 4-12: Verformungen der Laststäbe infolge einer axialen Drucklast (Deckhautkonfiguration 1)

Die zur Berechnung einer nichtlinearen Federkonstante benötigten Informationen zu den weiter verlaufenden Stäben können aus den Schliffbildern nur bedingt gewonnen werden. Mit der Gleichung (4.11) wird daher näherungsweise eine lineare Federkonstante abgeschätzt [76].

$$c_T = \frac{M_B}{w'} = \frac{3 \cdot EI}{l} \quad (4.11)$$

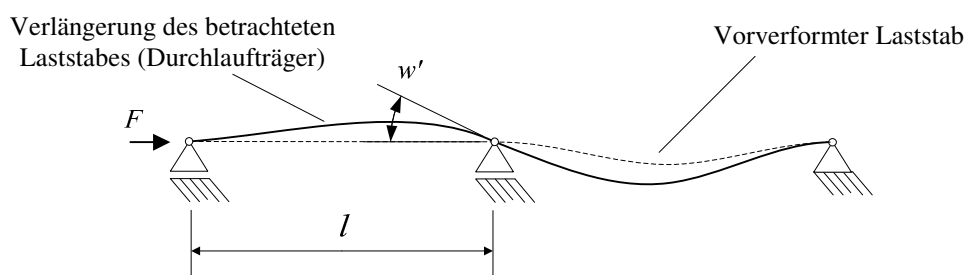


Bild 4-13: Drehelastische Lagerung infolge des weiterführenden Stabes

In Abhängigkeit von der Konfiguration des Gitters (bzw. der Länge des weiterführenden Stabes) kann sich die Federsteifigkeit bis hin zu einer nahezu biegestarren Lagerung erhöhen.

Linearfedern

Die Linearfeder c resultiert aus einer Querkraftverformung des Querstabes. Neben der Biegeverformung f_B ist vor allem bei kurzen Stäben auch der Anteil der Schubverformung f_S zu berücksichtigen. Gleichung (4.13) beschreibt die Federkonstante c resultierend aus dem Biege- und dem Schubanteil [76] bei beidseitiger Einspannung des Querstabes.

$$f = f_B + f_S = \frac{Q \cdot \bar{a}^3 \bar{b}^3}{3EI_y (\bar{a} + \bar{b})^3} + \frac{\bar{a}\bar{b}}{(\bar{a} + \bar{b})} \frac{Q}{GA} \kappa = Q \left(\frac{\bar{a}^3 \bar{b}^3}{3EI_y (\bar{a} + \bar{b})^3} + \frac{\bar{a}\bar{b}}{(\bar{a} + \bar{b})} \frac{1}{GA} \kappa \right) \quad (4.12)$$

$$c = \frac{Q}{f} = \frac{1}{\left(\frac{\bar{a}^3 \bar{b}^3}{3EI_y (\bar{a} + \bar{b})^3} + \frac{\bar{a}\bar{b}}{(\bar{a} + \bar{b})} \frac{1}{GA} \kappa \right)} \quad (4.13)$$

Der Schubfaktor κ wird dabei näherungsweise für einen elliptischen Querschnitt (vgl. Anhang B-1.1) bestimmt [77].

Während die Gleichung (4.13) die Federkonstante c eines Querstabes mit einer drehfesten Lagerung an beiden Enden angibt, können je nach Gitterkonfiguration die Federkonstanten auch für Querstäbe mit ihrerseits drehelastischer Lagerung formuliert werden (ein Beispiel hierzu ist im Anhang B-1 dargestellt).

4.2 Stabilitätskritische Lasten

Obwohl die experimentellen Untersuchungen bereits zeigen, dass die stabilitätskritischen Lasten das Versagen nicht ausreichend genau beschreiben, sollen sie im Folgenden nochmals betrachtet werden.

Stabilitätskritische Lasten auf Basis der Eulerfälle (vgl. Bild 2-17) und den klassischen Dimensionierungsmethoden der Sandwichbauweise mit geschlossenen Deckhäuten (vgl. Bild 2-4) begrenzen neben der Werkstofffestigkeit die maximale Belastbarkeit der Struktur und sind daher immer zu berücksichtigen. Als Stabilitätsfälle werden im Weiteren

- das Knicken einzelner Laststäbe,
- das Deckhautknittern („verschmierte“ Deckhaut) sowie
- das Interzelluläre Beulen betrachtet.

4.2.1 Versagenslasten unter der Betrachtung des Stabknickens

Die Berechnung der Knicklasten einzelner Stäbe, begrenzt durch jeweils zwei Querstäbe, erfolgt für die Eulerfälle 2 („gelenkig“ - „gelenkig“) bis 4 („fest eingespannt“ - „fest eingespannt“) (vgl. Bild 2-17). Wird der Laststab durch die Wabenstege begrenzt, ist die Knicklast für einen Stab mit elastischer Bettung durch Querstäbe zu berechnen. Bild 4-14 zeigt eine schematische Darstellung der zuvor genannten Knickstäbe.

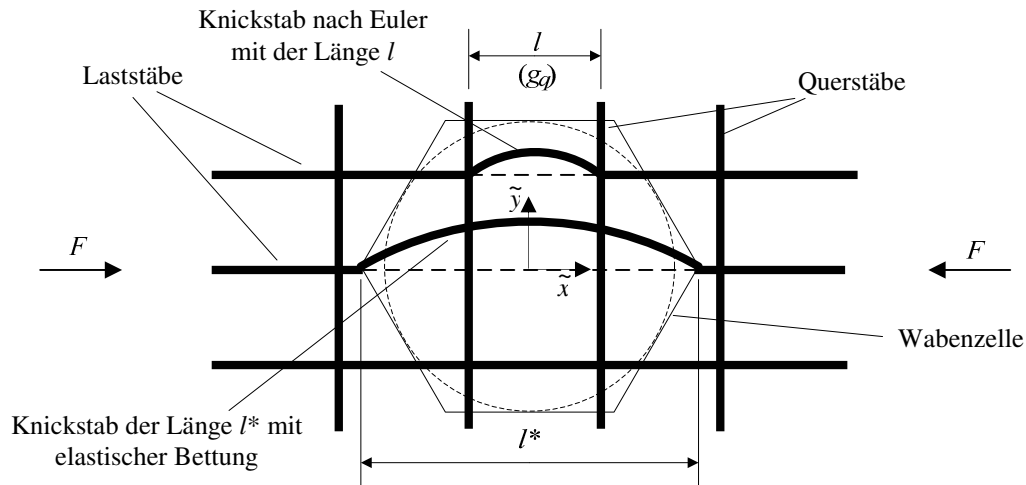


Bild 4-14: Stablängen zur Bestimmung der Knicklasten am Beispiel eines Laststabes der in einer Wabenzelle von 2 Querstäben gekreuzt wird

Knicken eines Stabes zwischen zwei Querstäben

Die Länge l des Knickstabes entspricht dem Abstand g_q zwischen zwei Querstäben. Tabelle 4-2 zeigt die Knicklasten für verschiedene Eulerfälle (vgl. Bild 2-17) der Deckhautkonfigurationen 2 bis 4.

Tabelle 4-2: Knicklasten nach Euler für Stäbe mit der Länge l

Konfigurationen	EI [N/mm ³]	l [mm]	Eulerfälle			F_{Stab} Druckversuch	F_{Stab} Biegeversuch
			2 [N]	3 [N]	4 [N]	[N]	[N]
1	151	6,76	33	47	133	26	32,5
2	109	4,45	55	78	219	-	39,0
3	140	4,58	69	98	275	-	40,1
4	139	3,03	149	213	596	31	55,2

Es zeigt sich, dass die Stabknicklasten nach Euler meist deutlich über den Stabbruchlasten aus den Versuchen liegen. Einzig bei der Deckhautkonfiguration 1 liegt die Knicklast des gelenkig gelagerten Stabes (Eulerfall 2) im Bereich der experimentell ermittelten Bruchlasten.

Knicken eines Stabes auf elastischer Bettung

Zur Berechnung der Knicklasten des Druckstabes mit elastischer Bettung wird die größte mögliche Stablänge l^* angenommen (vgl. Bild 4-14). Die Anzahl sowie die Positionen der Einzelfedern (bis zu drei Einzelfedern) ergibt sich aus den Gitterkennwerten und dem Wabendurchmesser s . Drehfedern aus der Torsion der Querstäbe werden vernachlässigt, was etwas niedriger kritischen Lasten bedeutet. Die Laststäbe sind entweder gelenkig („gel“) oder drehfest („fest“) gelagert.

Tabelle 4-3: Knicklasten für Stäbe der Länge l^* mit elastischer Bettung durch Einzelfedern

Konfiguration	EI [N/mm ³]	l^* [mm]	Modelle mit Einzelfedern						F_{Stab} Druckversuch	F_{Stab} Biegeversuch
			1 Feder		2 Federn		3 Federn		[N]	[N]
			„gel“ [N]	„fest“ [N]	„gel“ [N]	„fest“ [N]	„gel“ [N]	„fest“ [N]		
1	151	11,0	60	102	42	59	-	-	26	32,5
2	109	9,5	50	89	86	86	-	-	-	39,0
3	140	9,5	-	-	71	88	59	105	-	40,1
4	139	11,0	-	-	97	100	115	121	31	55,2

Gegenüber den Knicklasten aus Tabelle 4-2 fallen die Knicklasten für die Stäbe mit elastischer Bettung aufgrund der größeren Stablänge meist niedriger aus. Dennoch sind sie immer noch deutlich größer als die im Versuch gemessenen Bruchlasten F_{Stab} .

Diese Gegenüberstellung zeigt, dass eine Betrachtung der Gitterstäbe unter dem Gesichtspunkt der Stabilität von Stäben das Tragvermögen der Deckhäute nicht ausreichend beschreibt.

4.2.2 Versagenslasten bei der Betrachtung des Deckhautknitterns

Die Gleichung (2.7) zur Ermittlung der kritischen Lasten für das Deckhautknittern geht von der Annahme einer über die Probenbreite verlaufenden Knickform aus. Für die Berechnung der Versagenslast ist daher nur die Biegesteifigkeit der Laststäbe um die globale \tilde{y} -Achse der Sandwichdeckhaut relevant. Mit der „äquivalenten“ Wanddicke \bar{t}_d und dem Gitterabstand g_l zum benachbarten Laststab lässt sich die Gleichung (2.7) zur Berechnung der Versagenslast pro Stab F_{krit} wie folgt schreiben:

$$F_{krit} = k \sqrt{\frac{E_k \cdot g_l}{t_k} E_d \cdot g_l \cdot \bar{t}_d^3} \quad (4.14)$$

Die zum Flächenträgheitsmoment äquivalente Wanddicke \bar{t}_d für einen elliptischen Stabquerschnitt (vgl. Bild 4-3) wird ähnlich der Beziehung (2.17) hergeleitet:

$$I_y = \frac{1}{64} \cdot \pi \cdot h^3 \cdot b = \frac{1}{12} \cdot \bar{t}_d^3 \cdot g_l \quad (4.15)$$

$$\text{und } \bar{t}_d = \sqrt[3]{\frac{3}{16} \frac{\pi \cdot h^3 \cdot b}{g_l}} \quad (4.16)$$

Die Tabelle 4-4 zeigt die mit der Beziehung (4.14) berechneten Versagenslasten pro Stab F_{krit} für die einzelnen Deckhautkonfigurationen.

Tabelle 4-4: Versagenslasten F_{krit} ermittelt für die Versagensform „Deckhautknittern“

Konfiguration		1	2	3	4	5
Kenngrößen						
E_k	[N/mm ²]	103	103	103	103	103
t_k	[mm]	20	20	18	18	20
E_d	[N/mm ²]	347184	347184	352908	367654	379320
g_l	[mm]	4,452	6,757	4,566	4,562	4,498
\bar{t}_d	[mm]	0,106	0,082	0,102	0,100	0,095
k	[-]	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33
F_{krit}	[N]	67,38	70,61	69,35	68,61	60,69
F_{Stab}	[N]	32,5	39,1	40,1	55,2	45,6

Die einzelnen Deckhautkonfigurationen weisen ähnliche Stabgeometrien sowie Abstände g_l der Laststäbe auf. Damit liegen die Biegesteifigkeiten in einer ähnlichen Größenordnung. Die theoretischen Bruchlasten F_{krit} liegen trotz des deutlich abgeminderten Vorfaktors ($k = 0,33$ statt $k = 0,817$) noch deutlich über den Bruchlasten F_{Stab} aus den Experimenten. Weiterhin ist

zu sehen, dass die Deckhautkonfigurationen 1 und 4 ähnliche kritische Lasten aufweisen, während sich ihre Bruchlasten im Experiment deutlich unterscheiden.

Der Vergleich der theoretischen Versagenslasten mit den Versuchsergebnissen macht somit deutlich, dass diese Versagensform das wirkliche Versagen des Sandwichs mit offenen Deckhäuten nicht beschreibt.

4.2.3 Versagenslasten unter der Betrachtung des interzellularen Beulens

Wie die Analyse der Videos der Versuche an den Deckhautkonfigurationen 2 bis 4 zeigt, sind die Verformungen der Stäbe auf die einzelnen Wabenzellen begrenzt (Abschnitt 3.2.4). Dieses Verhalten ist ähnlich dem interzellularen Beulen von geschlossenen Deckhäuten.

Mit $F = \sigma \cdot s \cdot t_d$ folgt aus der kritischen Spannung des Versagensfalls des interzellularen Beulens mit der Beziehung (2.10) die Kraft, die auf einen Deckhautabschnitt mit der Breite s einer Wabenzelle wirkt. Wird weiterhin eine orthotope Platte zu Grunde gelegt und die Annahme getroffen, dass die offenen Sandwichdeckhäute in der Ebene frei von einer Querkontraktion ($\nu = 0$) sind, ergibt sich aus der Gleichung (2.11) die Beziehung:

$$F_{krit\ Zelle} = k \cdot \frac{1}{s} \sqrt{(E_{d\tilde{x}} \bar{t}_{d\tilde{x}}^3) (E_{d\tilde{y}} \bar{t}_{d\tilde{y}}^3)} \quad \text{mit } k = 2. \quad (4.17)$$

Die zum Flächenträgheitsmoment äquivalente Wanddicke \bar{t}_d wird für jede Stabrichtung mit der Gleichung (4.15) ermittelt. Bei bekannter Anzahl n an Laststäben, diese ergibt sich aus dem Wabendurchmesser s und der Gitterkonstante g_l , folgt aus der kritischen Last $F_{krit\ Zelle}$ die Last pro Stab F_{krit} (Tabelle 4-5).

Tabelle 4-5: Knicklasten eines Stabes infolge des Versagensfalls interzellulares Beulen

Konfiguration	Anzahl n Stäbe längs (\tilde{x}) / quer (\tilde{y})	$\bar{t}_{d\tilde{x}}$ [mm]	$\bar{t}_{d\tilde{y}}$ [mm]	s [mm]	F_{krit} [N]	F_{Stab} [N]
2	1 / 2	0,082	0,106	9,53	58,9	39,0
3	2 / 2	0,102	0,088	9,53	31,5	40,1
4	2 / 3	0,100	0,104	9,53	41,0	55,2

Die Werte der Versagenslasten für das interzellulare Beulen zeigen, dass die Beullasten für die Deckhautkonfiguration 2 über und für die Deckhautkonfigurationen 3 und 4 unter den experimentell ermittelten Versagenslasten liegen. Im Vergleich zum Versagensfall Deckhautknittern (Abschnitt 4.2.2) liegen diese Werte deutlich näher an den experimentell ermittelten Stabbruchlasten F_{Stab} .

Auf Basis der Gleichung (4.17) und den Kenngrößen aus Tabelle 4-5 lässt sich mit den experimentell ermittelten Stabbruchlasten F_{Stab} ein empirischer Vorfaktor k^* berechnen, der die Bruchlast wiedergibt (Tabelle 4-6).

$$k^* = \frac{F_{Stab} n s}{\sqrt{(E_{d\tilde{x}} \bar{t}_{d\tilde{x}}^3) (E_{d\tilde{y}} \bar{t}_{d\tilde{y}}^3)}} \quad (4.18)$$

Tabelle 4-6: „Beulfaktor“ k^* der Versagensform interzellulares Beulen auf Basis der experimentellen Untersuchungen

Konfiguration	F_{Stab} [N]	k^* [-]
2	39,0	1,3
3	40,1	2,5
4	55,2	2,7

Die aus den Versagenslasten bestimmten empirischen Beulfaktoren k^* streuen um einen Wert von zwei. Damit zeigt sich, dass bei Annahme des interzellularen Beulens als Versagensmodus in einigen Fällen eine Dimensionierung relativ gute Werte liefert. Zu beachten ist dabei aber, dass der Faktor $k = 2$ ebenfalls empirisch bestimmt wurde [34].

4.3 Spannungsberechnung für Sandwichdeckhäute ohne Folie

Wie bereits geschildert, zeigen Schliffbilder der Deckhäute im lastfreien Zustand vorverformte Stäbe. Bei diesen vorverformten Stäben tritt infolge einer axialen Beanspruchung neben der axialen elastischen Verformung auch eine Biegeverformung auf (Druckbiegung). Bei Überschreiten der zulässigen Biegespannung kommt es zu einem Materialversagen.

Im Weiteren werden von jeder Deckhautkonfiguration mehrere vorverformte Stäbe hinsichtlich der Normalspannungen analysiert. Als axiale Beanspruchung werden die aus den Experimenten ermittelten Bruchlasten pro Stab verwendet. Zu jeder Deckhautkonfiguration ist der vorverformte Stab, der die höchsten Spannungen aufweist, dargestellt.

4.3.1 Analytisches Berechnungsmodell

Die Spannungen σ infolge einer axialen Drucklast folgen aus den Beziehungen (2.32) und (2.37). Alle ermittelten Vorverformungen der Gitterstäbe der untersuchten Deckhautkonfigurationen werden mit einem kosinusförmigen Verlauf angenähert (Gleichung (4.9)). Die untersuchten Deckhautkonfigurationen weisen innerhalb einzelner Wabenzellen maximal drei Querstäbe über die Länge eines lastübertragenden Stabes auf. Dies führt auf ein Berechnungsmodell mit drei elastischen Lagern zwischen den Stabenden (Bild 4-15). An allen Lagerpunkten werden Linear- und Drehfedern berücksichtigt. Durch eine geeignete Wahl der Federsteifigkeit (zwischen null und unendlich) lassen sich alle Konfigurationen von ungelagert über gelenkig gelagert bis hin zu einer „festen Einspannung“ sowie mit und ohne elastischer Bettung verwirklichen.

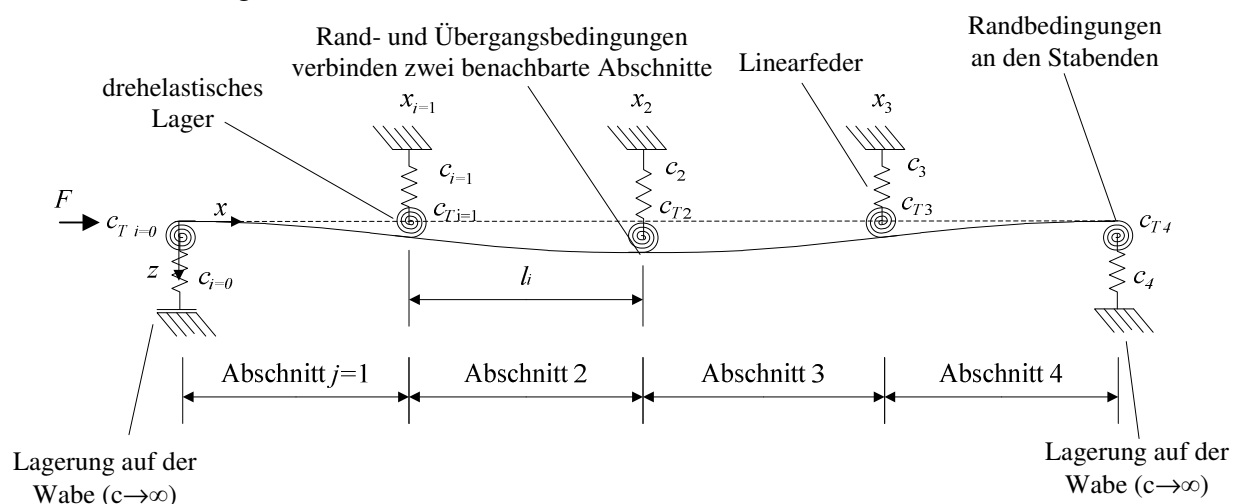


Bild 4-15: Analytisches Berechnungsmodell mit Einzelfedern (Linearfedern) und drehelastischen Lagern

Zur Berücksichtigung der elastischen Lager wird der Stab in einzelne Abschnitte unterteilt [79], wobei die DGL des druckbeanspruchten Stabes für jeden Abschnitt gelöst werden muss. Die folgende Auflistung zeigt die zur Bestimmung der Integrationskonstanten $\{K\}$ (vgl. Gleichung (2.32)) benötigten Rand- und Übergangsbedingungen [44][79]. Die Randbedingungen (RB) folgen aus dem Gleichgewicht zwischen den Feder- und Stabbeanspruchungen an den Federpositionen i .

Die einzelnen Stababschnitte j werden mit Übergangsbedingungen (ÜB) (Gleichstellung von $w(x)$ bis $w'''(x)$ an den Position $i=1,2$ und 3) miteinander verbunden.

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} 0 &= -c_0 \cdot w_1(0) + F \cdot w_1'(0) - EI \cdot w_1'''(0) \\ 0 &= +w_1'(0) \cdot c_{T0} - EI \cdot w_1''(0) \end{aligned} \right\} \text{RB (an der Position } x=0) \\
 & \left. \begin{aligned} 0 &= w_{j+1}(x_i) - w_j(x_i) \\ 0 &= w_{j+1}'(x_i) - w_j'(x_i) \end{aligned} \right\} \text{ÜB} \\
 & \left. \begin{aligned} 0 &= -EI \cdot w_j''(x_i) + EI \cdot w_{j+1}''(x_i) + w_j'(x_i) \cdot c_{Ti} \\ 0 &= -EI \cdot w_{j+1}'''(x_i) + EI \cdot w_j'''(x_i) - w_{j+1}(x_i) \cdot c_i \end{aligned} \right\} \text{ÜB/RB} \\
 & \quad \vdots \\
 & \text{RB (an der Position } x=l) \left\{ \begin{aligned} 0 &= +c_4 \cdot w_4(l) + F \cdot w_4'(l) - EI \cdot w_4'''(l) \\ 0 &= +w_4'(l) \cdot c_{T4} + EI \cdot w_4''(l) \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Neben den Spannungen im eigentlichen lastübertragenden Stab müssen in einer Festigkeitsbetrachtung auch die Spannungen in den als Federn wirkenden Querstäben berücksichtigt werden (Gleichung (4.19) und Bild 4-16).

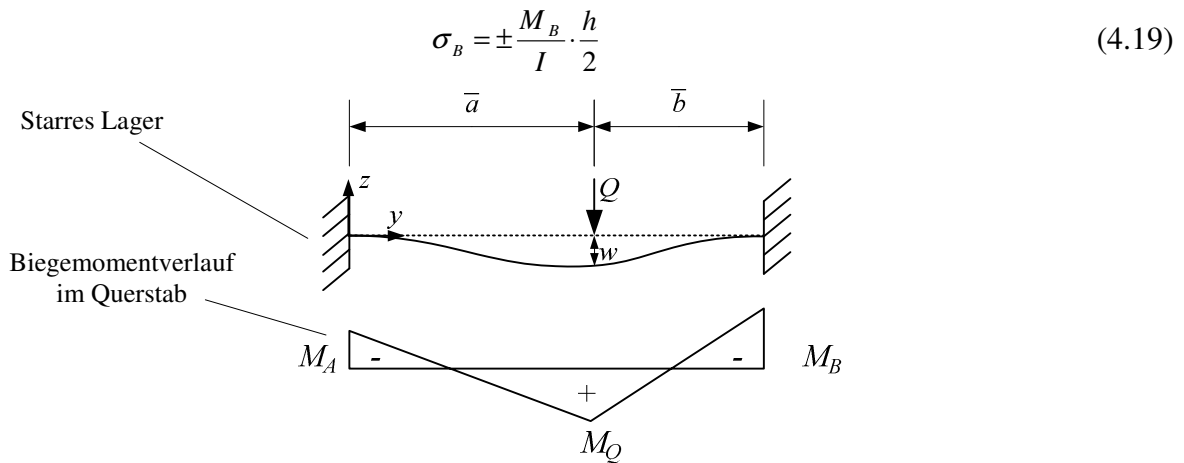


Bild 4-16: Extremwerte des Biegemoments in den Querstäben [76]

$$M_A = -Q\bar{a} \left(\frac{\bar{b}}{\bar{a} + \bar{b}} \right)^2, \quad (4.20)$$

$$M_B = -Q\bar{b} \left(\frac{\bar{a}}{\bar{a} + \bar{b}} \right)^2, \quad (4.21)$$

$$M_Q = 2Q(\bar{a} + \bar{b}) \left(\frac{\bar{a}}{\bar{a} + \bar{b}} \right)^2 \left(\frac{\bar{b}}{\bar{a} + \bar{b}} \right)^2 \quad (4.22)$$

$$\text{und } Q = w(x) \cdot c. \quad (4.23)$$

Abhängig von der Anordnung der Stäbe innerhalb der Wabenzelle können diese die Größe der Spannungen im lastübertragenden Stab erreichen. Mit dem Bruch eines Querstabes entfällt die elastische Lagerung des Laststabes an dieser Stelle, was in der Regel den Bruch des lastübertragenden Stabes zur Folge hat.

Neben den Biegespannungen sind in den Federstäben auch die Schubspannungen τ infolge der Querkraftbeanspruchung Q zu berechnen. Diese werden für einen elliptischen Querschnitt mit $b \gg h$ bestimmt [80].

$$\tau = 1,54 \cdot \frac{Q}{A} \quad (4.24)$$

Weiterhin wirkt die Querkraft Q , mit der der Querstab beansprucht wird, auch auf die Klebeverbindung zwischen den Stäben. Ein Zugversagen der Klebestelle führt zum Entfallen der elastischen Lagerung an dieser Stelle.

4.3.2 Finite-Elemente-Modell

Die Kontrolle der analytischen Berechnungsmodelle sowie gesonderte Betrachtungen zur Vernachlässigung der Schubweichheit der Laststäbe erfolgen mit Hilfe des FEM-Programms *Ansys*[®]. Die Stäbe der Deckhautkonfigurationen werden mit Balkenelementen (*Beam4*) unter Berücksichtigung eines elliptischen Querschnittes idealisiert (25 Elemente über die Stablänge). Bild 4-17 zeigt einen vorverformten Laststab, der durch drei Querstäbe elastisch gebettet ist. An den Enden kann dieser gelenkig, drehelastisch oder drehstarr gelagert werden. Die Berechnungen werden geometrisch nichtlinear durchgeführt.

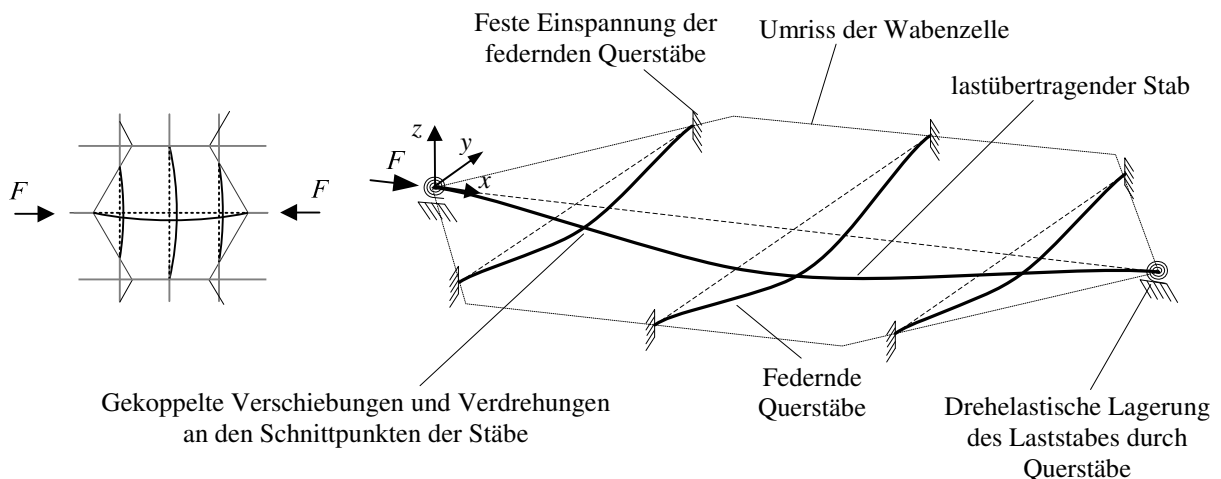


Bild 4-17: Skizze des numerischen Berechnungsmodells zur Kontrolle der analytischen Lösung

Der Vergleich von analytischer und numerischer Analyse erfolgt in den nachfolgenden Abschnitten direkt an den jeweiligen Beispielen.

4.3.3 Spannungen in vorverformten Stäben

In diesem Abschnitt werden die Laststäbe der unterschiedlichen Deckhautkonfigurationen, beansprucht durch die experimentell ermittelte Stabbruchlast, hinsichtlich der Spannungen analysiert. Dargestellt ist der jeweils am höchsten beanspruchte Stab einer Deckhautkonfiguration. Als Stablast wird die experimentell ermittelte Bruchlast angesetzt. Die für die Spannungsberechnungen verwendeten Kenngrößen sowie die sich ergebenden Spannungen sind in der Tabelle 4-7 aufgelistet (weitere Kennwerte sind der Tabelle 4-1 und dem Anhang C-1 zu entnehmen). Der lastübertragende Stab wird als schubstarr angesehen, die Querstäbe werden als schubweich berücksichtigt.

Tabelle 4-7: Spannungen in den Stäben ausgehend von den Stabbruchlasten aus den Versuchen

Konfiguration		1	2	3	4
Kenngrößen					
F_{Stab}	[N]	32,5	39,12	40,1	55,2
EI_l	[Nmm ²]	151,6	108,5	141	139
EI_q	[Nmm ²]	-	151,6	91	104
l	[mm]	6,79	9,6	9,07	9,97
e	[mm]	0,12	-0,149	-0,165	-0,169
$c_T(0)$	[Nmm]	77 / ∞	80	∞	∞
$c_T(x)$	[Nmm]	-	-	4	4,6
$c_T(l)$	[Nmm]	77 / 77	80	∞	∞
c	[N/mm]	-	19	21 / 37	28 / 24 / 152
$\sigma_{max-längs}$	[N/mm ²]	-1285 / -999	-1011	-1266	-1511
$\sigma_{max-quer}$	[N/mm ²]	-	-1107	-601	-1010

Deckhautkonfiguration 1

Bei dieser Deckhautkonfiguration treten zwei unterschiedliche Varianten vorverformter Stäbe auf. Die Vorverformungen der meisten Stäbe zeigen in Richtung der Sandwichmittelebene, diese Stäbe werden von mindestens einem Querstab gekreuzt (Variante A im Bild 4-18). Bedingt durch den verhältnismäßig großen Abstand der Querstäbe zueinander treten auch Laststäbe auf, die in die entgegengesetzte Richtung vorverformt sind und von keinem Querstab gekreuzt werden (Variante B im Bild 4-18).

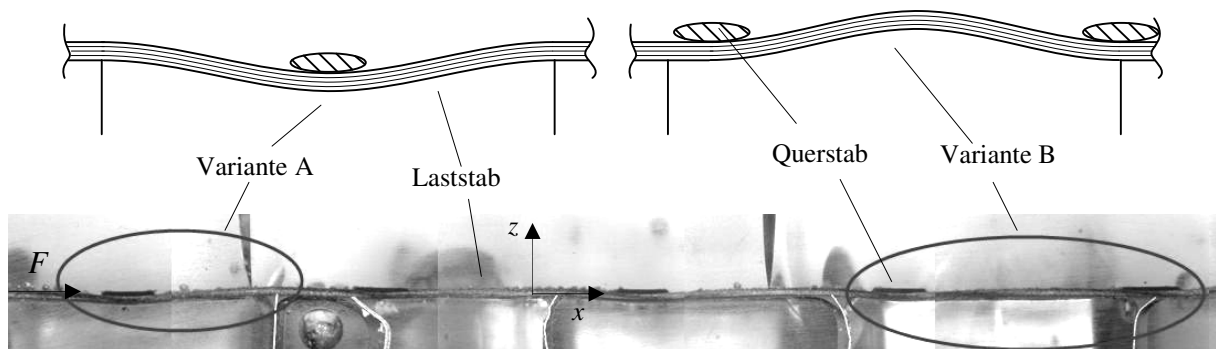


Bild 4-18: Ausschnitt eines Laststabverlaufes mit deutlich sichtbaren Vorverformungen

Bei dieser Deckhautkonfiguration sind die letztgenannten Stäbe als kritisch zu betrachten (Bild 4-19). Der lastübertragende Stab verfügt über keine elastische Bettung und kann sich über die gesamte Länge frei verformen. Die experimentellen Untersuchungen haben ergeben, dass bei dieser Deckhautkonfiguration der Bruch immer in diesen Stäben auftritt (vgl. Abschnitt 3.1.3).

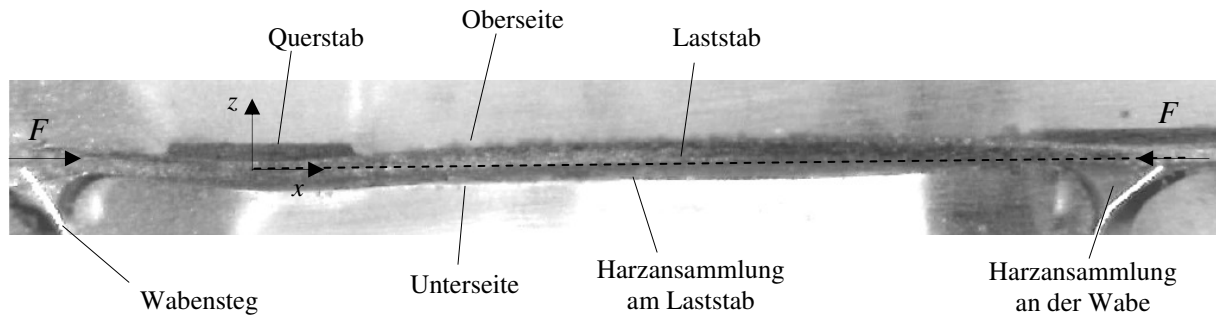


Bild 4-19: Vorverformter Stab zwischen zwei Querstäben (Variante B)

Wie auf dem Bild 4-19 zu sehen ist, verläuft der Querstab auf der linken Seite kurz vor einem Wabensteg. In diesem Fall wird an dieser Stelle aus der elastischen Lagerung eine nahezu biegestarre Lagerung. Auf Basis der aus den Schlißbildern bestimmten Kenngrößen des Stabquerschnittes sowie der Vorverformung werden die Spannungen und Verschiebungen daher für zwei Lagerungsvarianten („elastisch-elastisch“ / „fest-elastisch“) berechnet. Im Stab der Variante B treten die größten Druckspannungen bei der halben Stablänge auf. Bild 4-20 stellt die Spannungen sowie Verschiebungen über die gesamte Stablänge dar. Es sind sowohl die Ergebnisse der analytischen Berechnung als auch die FE-Ergebnisse angegeben. Beide stimmen sehr gut überein.

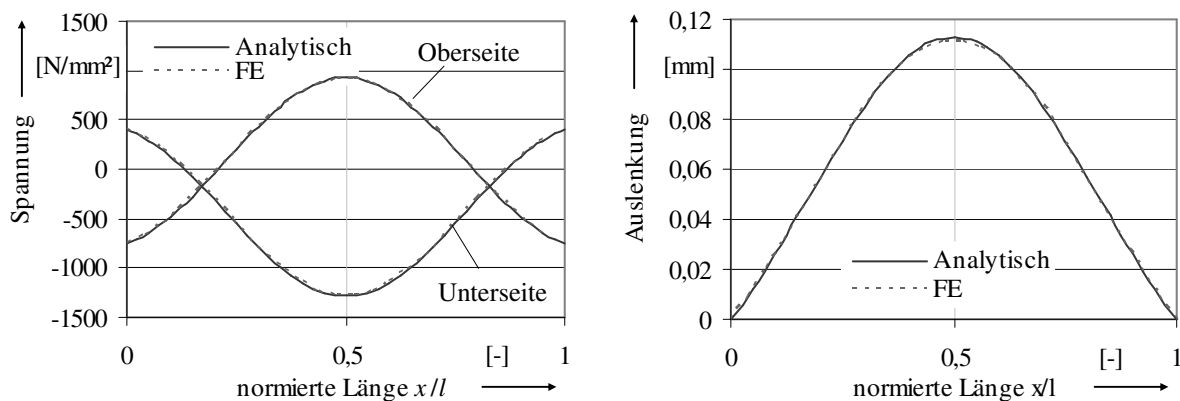


Bild 4-20: Verläufe der Spannungen im Laststab (links) und der Biegelinie (rechts) bei beidseitiger elastischer Lagerung

Im Falle der beidseitigen elastischen Lagerung liegt die maximale Druckspannung $\sigma = -1285 \text{ N/mm}^2$ knapp unter der angenommenen Bruchspannung des Faserstranges von $\sigma_B = -1308 \text{ N/mm}^2$. Unter der Annahme einer biegestarren Lagerung („fest“) an der linken Seite verringert sich die maximale Druckspannung der zweiten Lagerungsvariante auf $\sigma = -999 \text{ N/mm}^2$.

Die vorverformten Stäbe der Variante A zeigen Spannungen, die nur etwa 2/3 der Bruchspannung betragen. Damit sind diese vorverformten Stäbe nicht als kritisch zu betrachten.

Deckhautkonfiguration 2

Bei dieser Deckhautkonfiguration wird der Stab mit der größten Vorverformung nur von einem Querstab gekreuzt. Dieser Querstab ist nahezu mittig positioniert (Bild 4-21). An den beiden Enden befinden sich jeweils Querstäbe, die auf Wabenstegen positioniert sind. Diese Querstäbe sowie die weiter verlaufenden Laststäbe wirken als drehelastische Lagerung.

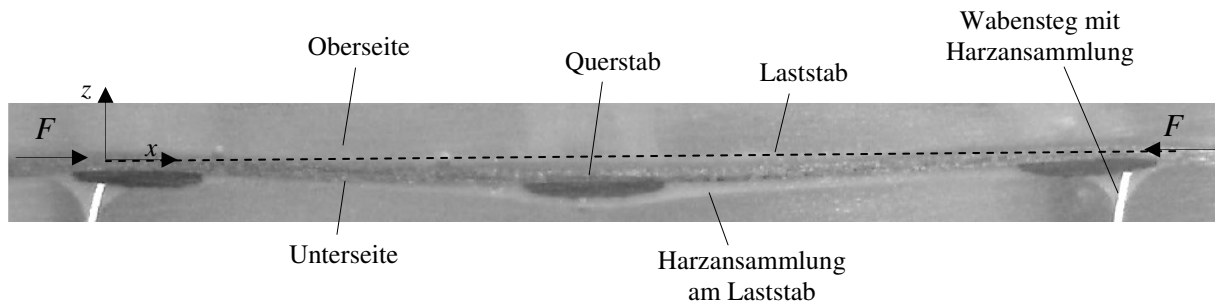


Bild 4-21: Vorverformter lastübertragender Stab der mittig zwischen zwei Wabenstegen von einem Querstab gekreuzt wird

Im Laststab treten Druckspannungen von bis zu $\sigma = -1011 \text{ N/mm}^2$ auf. Im Querstab liegen die maximalen Druckspannungen bei $\sigma = -1103 \text{ N/mm}^2$ (Bild 4-22).

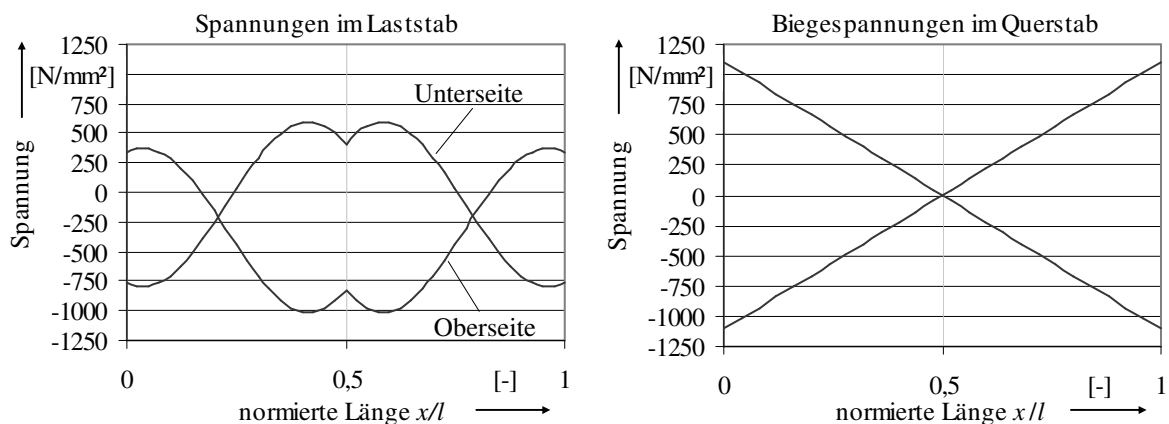


Bild 4-22: Verläufe der Spannungen im lastübertragenden und federnden Stab

Wie die berechneten Spannungen zeigen, reicht eine Betrachtung des lastübertragenden Stabes nicht aus. Alleine durch die elastische Verformung des federnden Querstabs werden in diesem die höchsten Spannungen erreicht.

Deckhautkonfiguration 3

Der vorverformte Laststab wird von zwei Querstäben gekreuzt (Bild 4-23). Die Länge der Querstäbe ist zu beiden Seiten durch die benachbarten Laststäbe begrenzt. Der Laststab weist in den benachbarten Wabenzellen eine ähnliche Vorverformung auf. Damit stellen sich in diesen Stäben vergleichbare elastische Verformungen ein. Für die Biegelinie bedeutet dies ein gegen Null gehender Biegewinkel im Übergang zum nächsten Stab (in der benachbarten Wabenzelle). Dies führt auf eine nahezu biegestarke Lagerung.

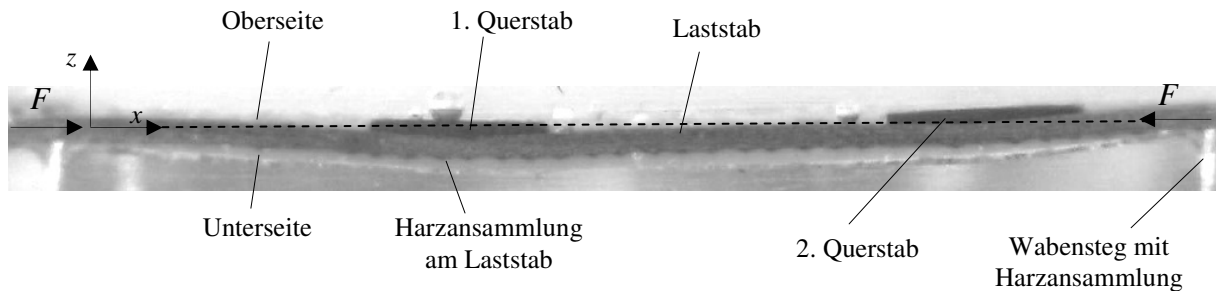


Bild 4-23: Vorverformter Stab der Deckhautkonfiguration 3 mit zwei Querstäben

Bild 4-24 zeigt die resultierenden Spannungsverläufe über die Länge des Stabes. Im lastübertragenden Stab sind kleine Spannungssprünge infolge der Drehfedersteifigkeiten aus den Querstäben erkennbar.

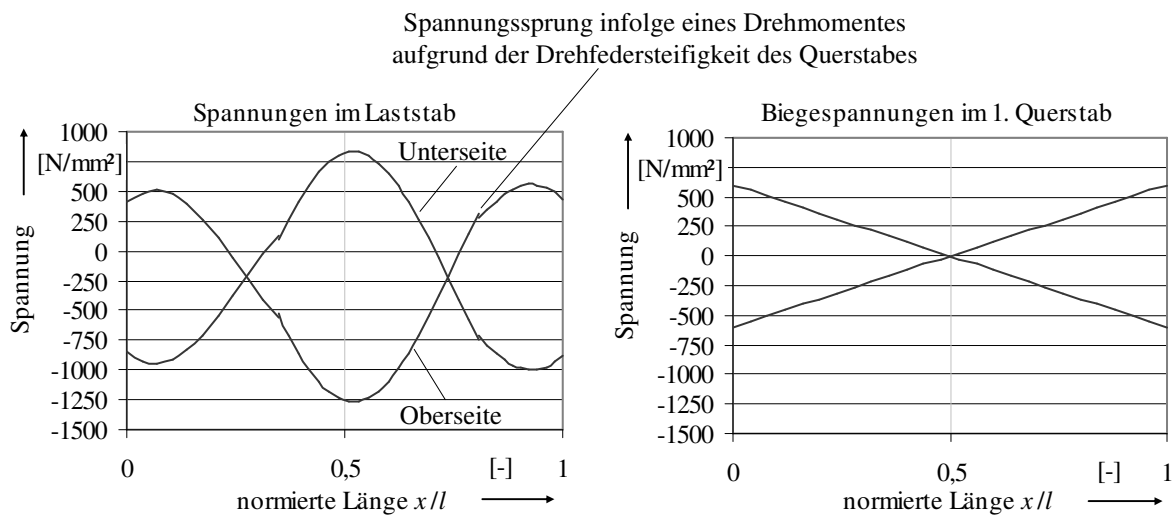


Bild 4-24: Verläufe der Spannungen im lastübertragenden und federnden Stab

Die höchsten Spannungen $\sigma = -1266 \text{ N/mm}^2$ treten im Laststab zwischen den zwei Einzelfedern auf. Die maximalen Spannungen in den Querstäben sind hier deutlich kleiner als die Spannungen im Laststab.

Deckhautkonfiguration 4

Diese Deckhautkonfiguration weist die kleinsten Abstände der Querstäbe g_q auf (Bild 4-25).

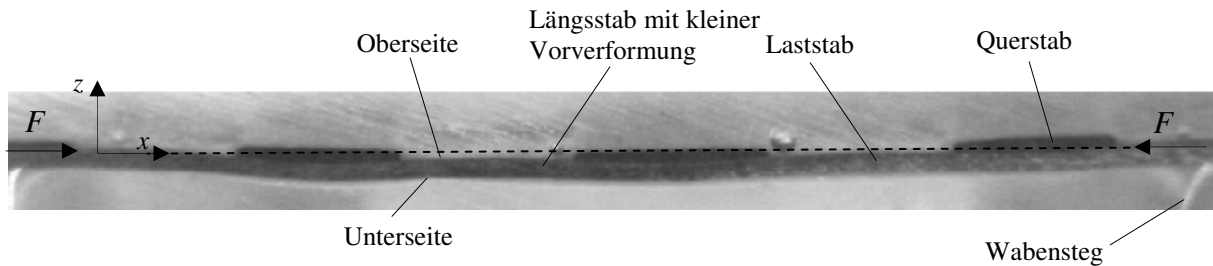


Bild 4-25: Vorverformter Stab der von drei Querstäben gekreuzt wird

Bedingt durch die Anordnung der Querstäbe innerhalb der Wabenzelle ergeben sich aus deren unterschiedlichen Stablängen unterschiedliche Federkonstanten (vgl. Tabelle 4-7 und Bild 4-17). Weiterhin weist der Laststab in den benachbarten Wabenzellen eine ähnliche Vorverformung auf. Ähnlich der vorherigen Deckhautkonfiguration führt dies aufgrund eines gegen Null gehenden Biegewinkels der Stäbe im Übergangsbereich zu einer nahezu biegestarren Lagerung.

Die maximalen Druckspannungen liegen mit $\sigma = -1511 \text{ N/mm}^2$ (Bild 4-26) über der angenommenen Bruchspannung.

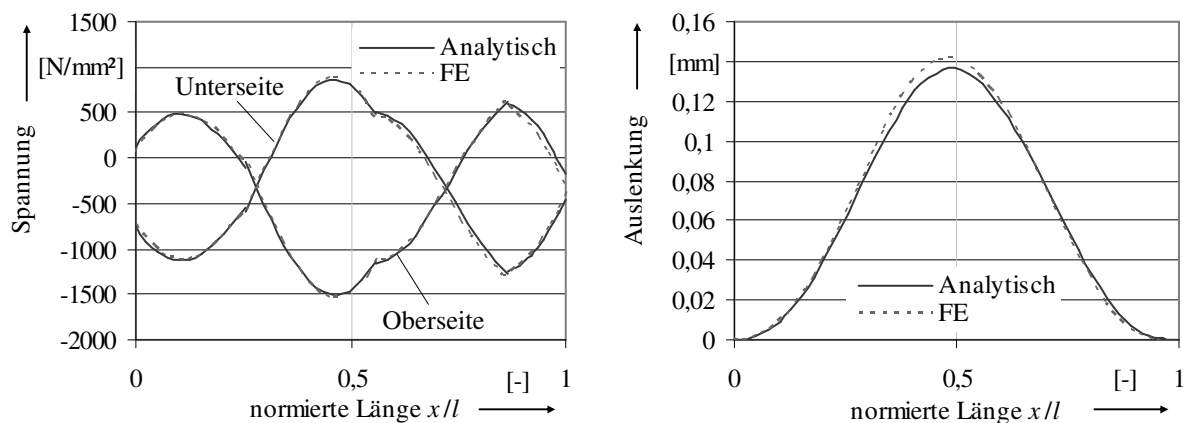


Bild 4-26: Verläufe der Spannungen und der Biegelinie über die Stablänge

Im Bild 4-25 sind weiterhin kleine Vorverformungen zwischen den einzelnen Querstäben zu sehen, die in entgegengesetzter Richtung zur eigentlichen dominierenden Vorverformung zeigen. Diese sind jedoch nicht ausschlaggebend für das Versagen.

4.3.4 Einfluss der Schubweichheit auf die Bruchlast

Für die bisher durchgeführten Berechnungen wurde angenommen, dass die Laststäbe schubstarr ($GA_{Last} = \infty$) und die federnden Querstäbe schubweich (GA_{Feder}) sind. Zur Kontrolle dieser Annahmen wird der generelle Einfluss der Schubweichheit auf die Stabbruchlast am numerischen Berechnungsmodell untersucht. Die Berechnungen werden für die Deckhautkonfigurationen 2 und 4 (vgl. Bild 4-17 und Tabelle 4-7) durchgeführt. Dabei werden unterschiedliche Kombinationen von schubstarr und schubweichen Stäben berücksichtigt. An Hand der gegebenen Bruchspannung ($\sigma_B = \pm 1308 \text{ N/mm}^2$) wird die Versagenslast F_{Stab} bestimmt (Tabelle 4-8).

Tabelle 4-8: Vergleich der Versagenslasten bei schubweichen und schubstarren Stäben

Konfiguration	$GA_{Last} = \infty$		F_{Stab}		Abweichung (GA zu $GA=\infty$) [%]
	$GA_{Feder} = \infty$	GA_{Last}	$GA_{Last}=\infty$	GA_{Last}	
	FE / Analytisch	FE	FE / Analytisch	FE	
	[N]	[N]	[N]	[N]	
2	42,9 / 42,9	41,7	42,0 / 41,9	40,8	4,9
4	51,6 / 52,1	51,5	50,3 / 50,7	50,2	2,8

Für beide Deckhautkonfigurationen verringert sich bei schubweichen Stäben (gegenüber schubstarren Stäben) das Tragvermögen jeweils um ca. 3 bis 5%. Der Einfluss eines schubweichen Laststabes auf die Bruchlast ist bei der Deckhautkonfiguration 2 am größten. Bei der Deckhautkonfiguration 4 ist dagegen der Einfluss schubweicher Querstäbe auf die Bruchlast dominierend.

Wie die Gegenüberstellung zeigt, werden mit der Annahme schubstarrer Laststäbe die Stabbruchlasten ein wenig überschätzt (um ca. 2,8% bei der Deckhautkonfiguration 2). Da die Abweichungen recht klein sind, wird im Weiteren mit schubstarren Laststäben gerechnet.

4.4 Spannungsberechnung für Sandwichdeckhäute mit Folie

Die meisten der untersuchten Probekörper weisen auf einer Sandwichseite eine Deckhaut auf die mit einer Kaptonfolie (Bild 4-27) beschichtet ist.

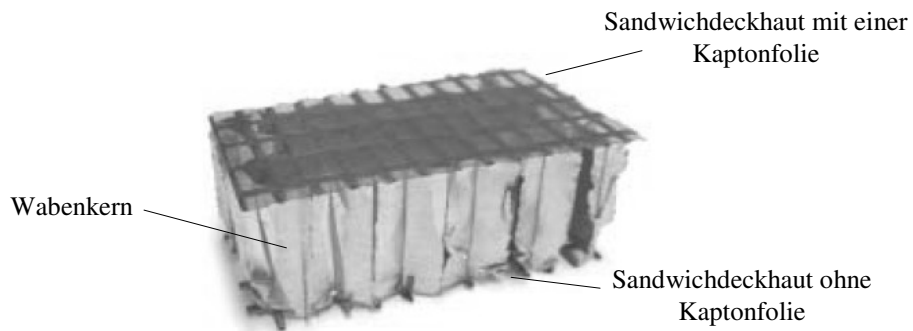


Bild 4-27: Sandwichdeckhaut die mit einer Kaptonfolie beschichtet ist

Bei Untersuchungen von Druckproben (Abschnitt 3.1) konnte beobachtet werden, dass trotz gleicher Beanspruchung der beiden Sandwichdeckhäute einer Probe der Bruch immer auf der Seite ohne Kaptonfolie auftritt. Daraus lässt sich schließen, dass die Deckhäute mit Kaptonfolie bei gleichen Gitterkennwerten gegenüber den Deckhäuten ohne Folie eine höhere Bruchlast aufweisen. Bisher wurde vermutet, dass die Folie aus mechanischer Sicht als elastische Bettung (Bild 4-28) auf die lastübertragenden Stäbe wirkt und damit deren Bruchlast erhöht.

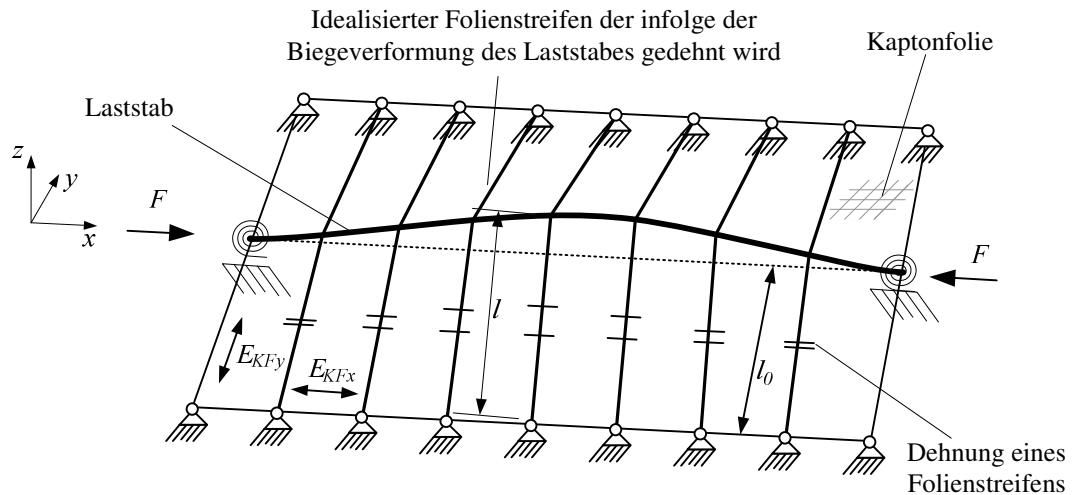


Bild 4-28: Elastische Bettung der Gitterstäbe durch eine Kaptonfolie

Die geometrischen Daten zur Berechnung der Spannungen in den Gitterstäben der Deckhaut mit Kaptonfolie werden aus Schlißbildern gewonnen. Wie Bild 4-29 zeigt, weisen die Gitterstäbe dieser Deckhautkonfiguration ebenfalls deutliche Vorverformungen im lastfreien Zustand auf.

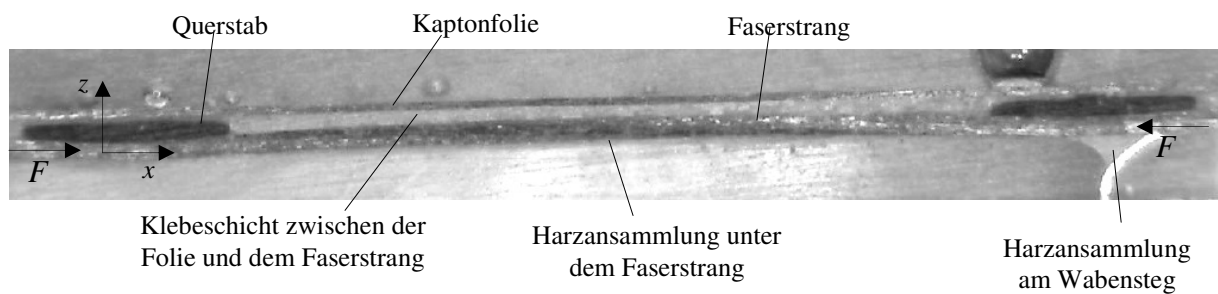


Bild 4-29: Vorverformter lastübertragender Stab mit Kaptonfolie

Weiterhin ist in Bild 4-29 und Bild 4-30 zu sehen, dass neben dem mit Harz getränkten Faserstrang weitere Querschnittsteile (Harz und Kaptonfolie) an der Lastübertragung beteiligt sind.

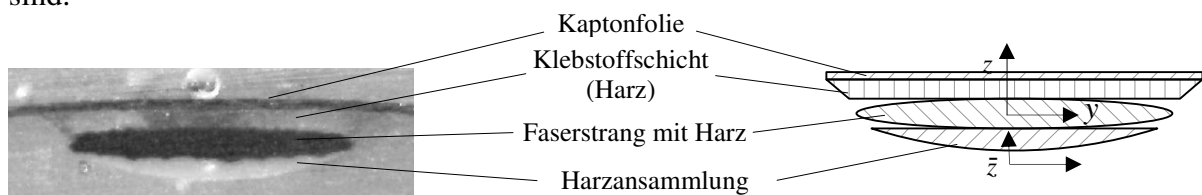


Bild 4-30: Querschnittsteile zur Berechnung der Biegesteifigkeit des inhomogenen Stabquerschnittes

Diese zusätzlichen Harzansammlungen können bei diesen Stäben nicht mehr vernachlässigt werden

4.4.1 Analytisches Berechnungsmodell

Das analytische Berechnungsmodell basiert auf der Differentialgleichung des druckbeanspruchten Stabes. Der Stab ist elastisch gebettet und weist einen inhomogenen Querschnitt auf.

Differentialgleichung

Zur Berechnung der Spannungen in einem vorverformten Stab auf kontinuierlicher elastischer Bettung wird die Differentialgleichung (2.31) um eine Streckenlast f_z in z -Richtung erweitert [44].

$$EIw(x)'''' + Fw(x)'' + f_z(x) = -Fw_0(x)'' \quad (4.25)$$

$$\text{bzw. } w(x)'''' + \bar{\mu}^2 w(x)'' + \bar{g}^2 w(x) = -\bar{\mu}^2 w_0(x)'' \quad (4.26)$$

$$\text{mit } \bar{g}^2 = \frac{c(x)l^4}{EI}, \quad (4.27)$$

$$\bar{\mu}^2 = \frac{Fl^2}{EI} \quad (4.28)$$

$$\text{und } f_z(x) = c(x)w(x). \quad (4.29)$$

Die mathematische Beschreibung der Vorverformung $w_0(x)$ der Stäbe bleibt unverändert. Die homogene sowie die partikuläre Lösung sind entsprechend anzupassen.

Für $c(x) < \frac{F^2}{4 \cdot EI^2}$, was auf alle hier untersuchten Stäbe zutrifft, folgt die allgemeine Lösung der DGL nach [51] zu:

$$w(x) = \underbrace{K_1 \cdot \cos\left(\bar{\lambda}_1 \frac{x}{l}\right) + K_2 \cdot \sin\left(\bar{\lambda}_1 \frac{x}{l}\right) + K_3 \cdot \cos\left(\bar{\lambda}_2 \frac{x}{l}\right) + K_4 \cdot \sin\left(\bar{\lambda}_2 \frac{x}{l}\right)}_{\text{homogene Lösung}} - \underbrace{\frac{e}{2} \left(\frac{\bar{\mu}^2 4\pi^2}{16\pi^4 - \bar{\mu}^2 4\pi^2 + \bar{g}^2} \right) \cos\left(2\pi \frac{x}{l}\right)}_{\text{partikuläre Lösung}} \quad (4.30)$$

$$\text{mit } \bar{\lambda}_1 = -\frac{\bar{\mu}^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}^2}{2}\right)^2 - \bar{g}^2} \quad (4.31)$$

$$\text{und } \bar{\lambda}_2 = -\frac{\bar{\mu}^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{\bar{\mu}^2}{2}\right)^2 - \bar{g}^2}. \quad (4.32)$$

Fällt die elastische Bettung mit $c(x) > \frac{F^2}{4 \cdot EI^2}$ vergleichsweise steif aus, nimmt die allgemeine Lösung der DGL eine andere Form an.

Elastische Bettung

Im Fall der auf die Deckhaut aufgeklebten Folie wird die elastische Bettung der Gitterstäbe durch eine elastische Dehnung der Folie in der Ebene bewirkt (vgl. Bild 4-28). Die Steifigkeit E_{KFx} der Folie in Lastrichtung der Deckhaut, die Schubsteifigkeit in der Ebene sowie deren Biegesteifigkeiten werden vernachlässigt. Dies führt quer zur Belastungsrichtung der Deckhaut zu einem eindimensionalen „biegeschlaffen Seil“ mit der Ausgangslänge $2l_0$ (Bild 4-31), das infolge einer Last Q (resultierend aus der Biegeverformung $w(x)$ des Laststabes) eine Längung erfährt [46][81].

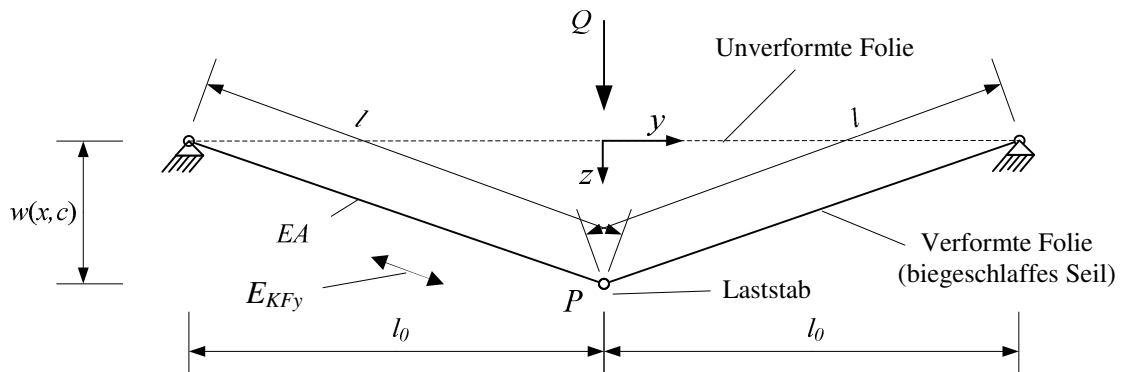


Bild 4-31: Nichtlineare Bettung idealisiert durch ein biegeschlaffes Seil

Dabei wird die Annahme getroffen, dass sich aufgrund von Symmetrie der Punkt P nur in vertikaler Richtung verschiebt. Dies führt nach [81] auf die folgende Beziehung für die Federsteifigkeit $c(x, w)$:

$$c(x, w) = \frac{Q}{w(x, c)} = 2 \cdot \frac{EA}{l_0} \cdot \frac{\sqrt{l_0^2 + w(x, c)^2} - l_0}{\sqrt{l_0^2 + w(x, c)^2}}. \quad (4.33)$$

Die Biegverformung $w(x, c)$ des Laststabes ist eine Funktion der Federsteifigkeit $c(x, w)$ und damit auch ihrer selbst. Dies führt auf eine nichtlineare Problemstellung, die iterativ gelöst wird. Bild 4-32 zeigt den schematischen Ablauf zur Berechnung der Biegelinie $w(x, c)$.

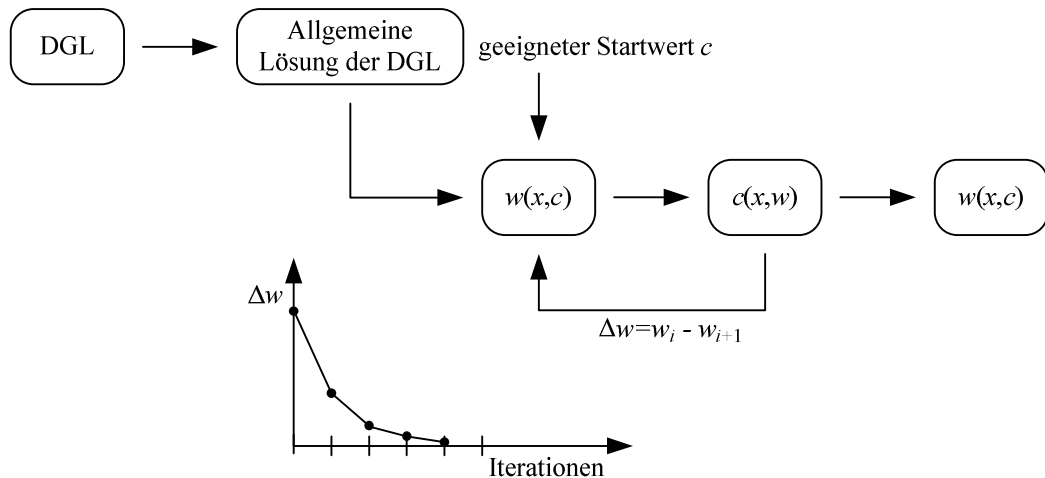


Bild 4-32: Schematische Darstellung der iterativen Berechnung der Biegelinie des durchbeanspruchten Stabes auf einer nichtlinearen elastischen Bettung

Sobald sich keine Änderung der Biegelinie mehr einstellt, bzw. die Differenz Δw zwischen zwei Iterationen i gegen Null geht, ist das Konvergenzkriterium erfüllt und die Berechnung beendet.

Bild 4-33 zeigt beispielhaft den Verlauf von Federkraft und Federsteifigkeit als Funktion der Verformung w (Kennwerte der Deckhautkonfiguration 5).

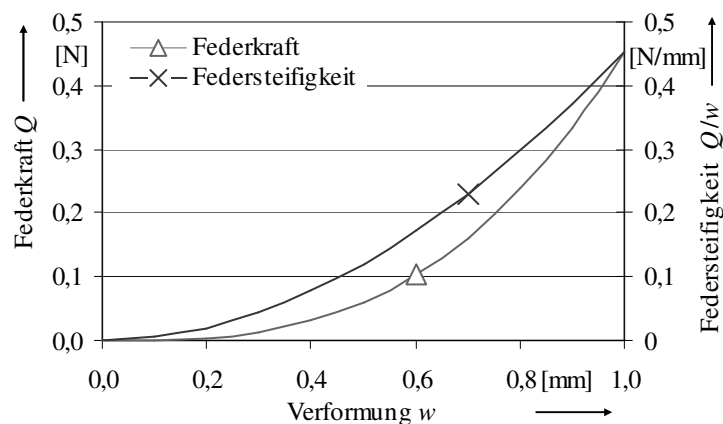


Bild 4-33: Nichtlineare Federkennlinie für einen Folienabschnitt

Da die Federsteifigkeit direkt von der Biegverformung des Stabes abhängt, geht sie für sehr kleine Stabverformungen gegen Null.

Steifigkeiten und Spannungen im inhomogenen Stabquerschnitt

Bedingt durch die Kaptonfolie sind für die zu betrachtenden Stäbe mehrere Querschnittsteile (Anhang B-2) zu berücksichtigen (vgl. Bild 4-30: links). Zur Berechnung der Querschnittskenngrößen lassen sich die einzelnen Querschnittsteile durch einfache Geometrien annähern (vgl. Bild 4-30: rechts) [76][83].

Für einen inhomogenen Stab gilt für die Schwerpunktskoordinate z_{SP} sowie die Biegesteifigkeit EI_y :

$$\bar{z}_{SP} = \frac{\sum_{i=1}^n (E_i A_i \bar{z}_i)}{\sum_{i=1}^n (E_i A_i)}, \quad (4.34)$$

$$EI_y = \sum_{i=1}^n (E_i I_{i \text{ Eigen}} + z_i^2 E_i A_i). \quad (4.35)$$

Die Spannungen folgen aus:

$$\sigma(x, z) = \frac{F}{EA} E(z) + \frac{M(x)}{EI} E(z) z. \quad (4.36)$$

Werden alle Querschnittsteile berücksichtigt, erhöht sich für den hier betrachteten Stab die Biegesteifigkeit von 110 Nmm² für den reinen Faserstrang mit Harz auf 132 Nmm² für den gesamten Laststab mit allen Querschnittsteilen.

4.4.2 Finite-Elemente-Modell

Zur Kontrolle der analytischen Berechnungen werden geometrisch nichtlineare FE-Berechnungen durchgeführt. Der lastübertragende Stab wird aus Balkenelementen (*Beam4*) und die Folie aus Plattenelementen (*Shell63*) idealisiert. Die Folienfläche ist durch die benachbarten Laststäbe zu beiden Seiten begrenzt (Bild 4-34).

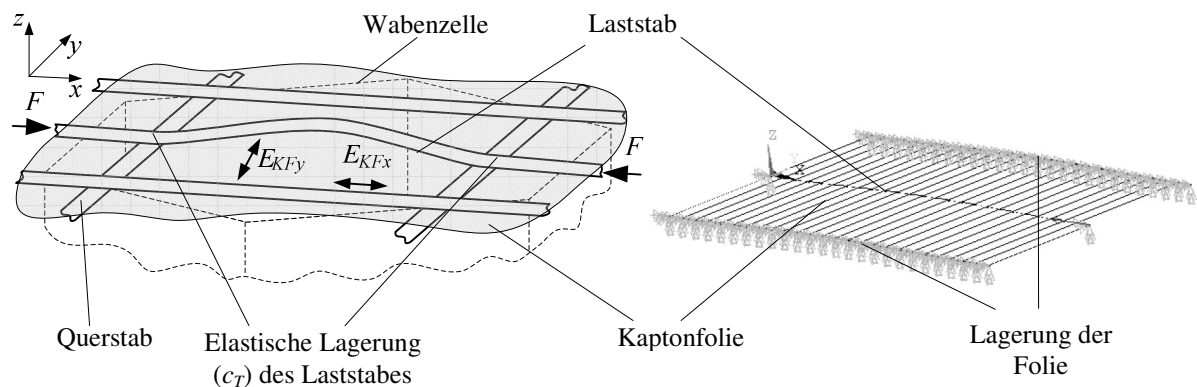


Bild 4-34: FE-Modell eines vorverformten Laststabes mit einer aus Plattenelementen idealisierten Folie

Während die analytische Lösung nur die Steifigkeit E_{KFy} der Folie in Querrichtung berücksichtigt, wird mit dem FE-Modell ebenso der Einfluss der Längssteifigkeit E_{KFx} der Folie auf die Spannungen dargestellt.

4.4.3 Berechnung der Spannungen in einer Deckhaut mit Kaptonfolie

Der Berechnung der Normalspannungen im Laststab der Deckhautkonfiguration 5 liegen die Daten aus Tabelle 4-1 und Tabelle 4-9 zu Grunde (weitere Kennwerte sind dem Anhang C-2

zu entnehmen). Für die Ermittlung der Drehfederkonstanten c_T werden sowohl die Kaptonfolie als auch die Harzansammlungen (vgl. Bild 4-30) vernachlässigt

Tabelle 4-9: Kenngrößen zur Spannungsberechnung in einem vorverformten Stab der Deckhautkonfiguration 5

Kenngrößen		$E_{KFx}=E_{KFy}$	$E_{KFx}=0$
F_{Stab}	[N]	45,61	45,61
E_{KFy}	[N/mm ²]	2400	2400
E_{KFx}	[N/mm ²]	2400	0
E_H	[N/mm ²]	4400	4400
l_o	[mm]	2,9	2,9
l	[mm]	7,2	7,2
e	[mm]	0,068	0,068
$c_T(0)$	[Nmm]	∞	∞
$c_T(1)$	[Nmm]	200	200

Um den Einfluss der Kaptonfolie auf die Spannungen deutlich zu machen, werden folgende Stabvarianten betrachtet:

- Variante I: Faserstrang ohne elastische Bettung durch die Folie,
- Variante II: Faserstrang mit elastischer Bettung durch die Folie,
- Variante III: Faserstrang mit zusätzlichen Harz- und Folienanteilen (Bild 4-30) und einer elastischen Bettung durch die Folie.

Im Bild 4-35 sind die maximalen Druckspannungen im kohlenstofffaserverstärkten Strang dargestellt. Die maximalen Spannungen in der Folie (16 N/mm²) sowie im Harz (24 N/mm²) sind nicht weiter von Bedeutung für die Festigkeit.

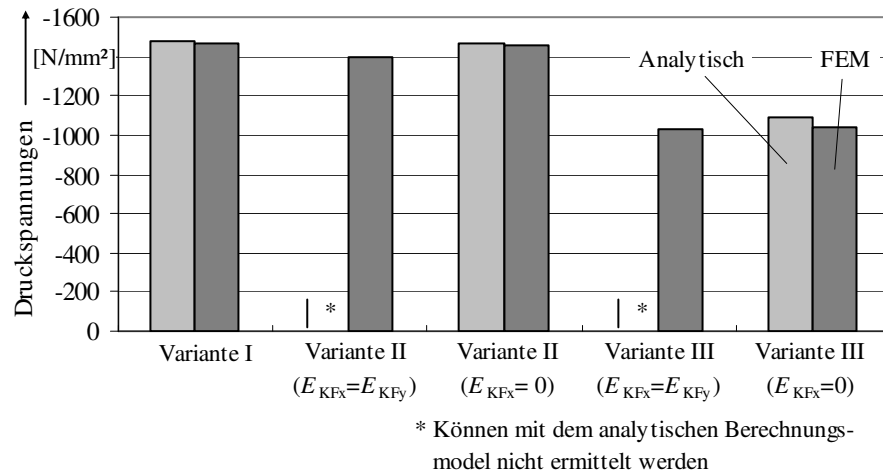


Bild 4-35: Spannungen im Laststab für die einzelnen untersuchten Varianten (Deckhautkonfiguration 5)

Bei Variante I sind die Spannungen im Faserstrang am höchsten. Die Berücksichtigung der elastischen Bettung durch die Folie (Variante II) hat nur einen geringen Einfluss auf die Spannungen. Gleiches trifft in diesem Fall auf die Vernachlässigung der Längssteifigkeit E_{KFx} bei der Berechnung der elastischen Bettung zu, auch dies hat keinen bedeutenden Einfluss auf die Spannungen. Werden hingegen alle Querschnittsteile sowie die elastische Bettung berücksichtigt (Variante III), sind die Spannungen deutlich niedriger. Die Variante III kommt dem realen Stab am nächsten, auf eine gesonderte Darstellung des Einflusses der elastischen Bettung auf die Spannungen wird daher verzichtet.

Die Ergebnisse zeigen damit, dass die elastische Bettung durch eine Folie nur einen vergleichsweise geringen Einfluss auf die Spannungen in den Stäben und somit auf die Bruchlast hat. Dies konnte bereits bei den experimentellen Untersuchungen beobachtet werden (vgl. 3.2.3). Einen deutlich größeren Einfluss auf die Verringerung der Spannungen haben die zusätzlichen Querschnittsteile aus Harz und Kaptonfolie vgl. (Bild 4-29 und Bild 4-30).

Weiterhin weisen die Laststäbe der Deckhäute mit einer Kaptonfolie deutlich kleinere Vorverformungen auf als Stäbe der Deckhäute ohne Kaptonfolie. Dies stellt im Vergleich zur Deckhaut ohne Folie einen wesentlichsten Grund für die deutliche Zunahme der Bruchlast dar.

Das analytische Berechnungsmodell beschreibt unter Berücksichtigung der getroffenen Annahmen das Verhalten der hier untersuchten druckbeanspruchten Stäbe relativ gut. Alternativ zur FE-Berechnung lässt sich die im analytischen Berechnungsmodell vernachlässigte Längs- und Schubsteifigkeit der Folie mit Hilfe der Scheibentheorie berücksichtigen [82]. Da die Ergebnisse der FE-Berechnungen jedoch zeigen, dass der Einfluss der vernachlässigten Steifigkeiten auf die Spannungen sehr gering ist, wird eine Beschreibung der elastischen Bettung auf Basis der Scheibentheorie im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.

4.5 Einfluss der Abstände der Querstäbe auf die Stabbruchlast

Alle untersuchten Deckhautkonfigurationen unterscheiden sich im Wesentlichen nur in den Abständen g_q der Querstäbe. Basierend auf den zuvor gewonnenen Erkenntnissen und den bisher genutzten Berechnungsmethoden wird die Stabbruchlast als Funktion des Abstandes der Querstäbe untersucht. Bild 4-36 zeigt eine beispielhaft Anordnung der Stäbe mit einer in Querrichtung orientierten Wabenzelle.

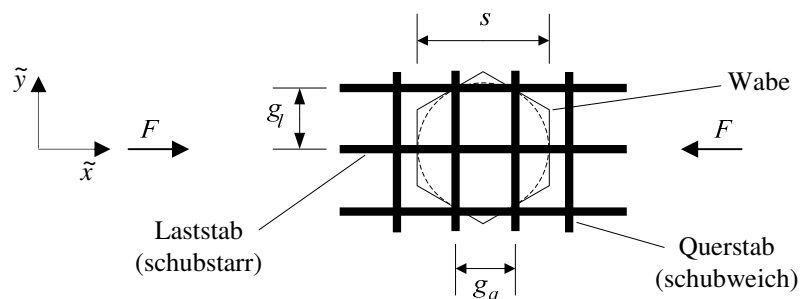


Bild 4-36: Stabanordnung mit einem Laststab und zwei Querstäben bei querrorientierter Wabenzelle

Um eine Vergleichbarkeit mit den untersuchten Deckhautkonfigurationen zu gewährleisten, werden sowohl die Querschnittskennwerte als auch die Stablängen in Anlehnung an die untersuchten Deckhautkonfigurationen festgelegt. Eine Übersicht der für diese Betrachtung verwendeten Berechnungsmodelle sowie der genutzten Kenngrößen ist im Anhang C-3 angegeben. Weiterhin wird für die Berechnung der Spannungen in vorverformten Laststäben zwischen zwei Querstäben (vgl. Variante B im Bild 4-18) die Annahme getroffen, dass die maximale Größe e der Vorverformung mit kleiner werdender Stablänge linear abnimmt. Dies konnte auf Schliffbildern beobachtet werden.

Bild 4-37 zeigt die Stabbruchlasten in Abhängigkeit des Abstandes der Querstäbe für die unterschiedlichen analytischen Berechnungsmodelle.

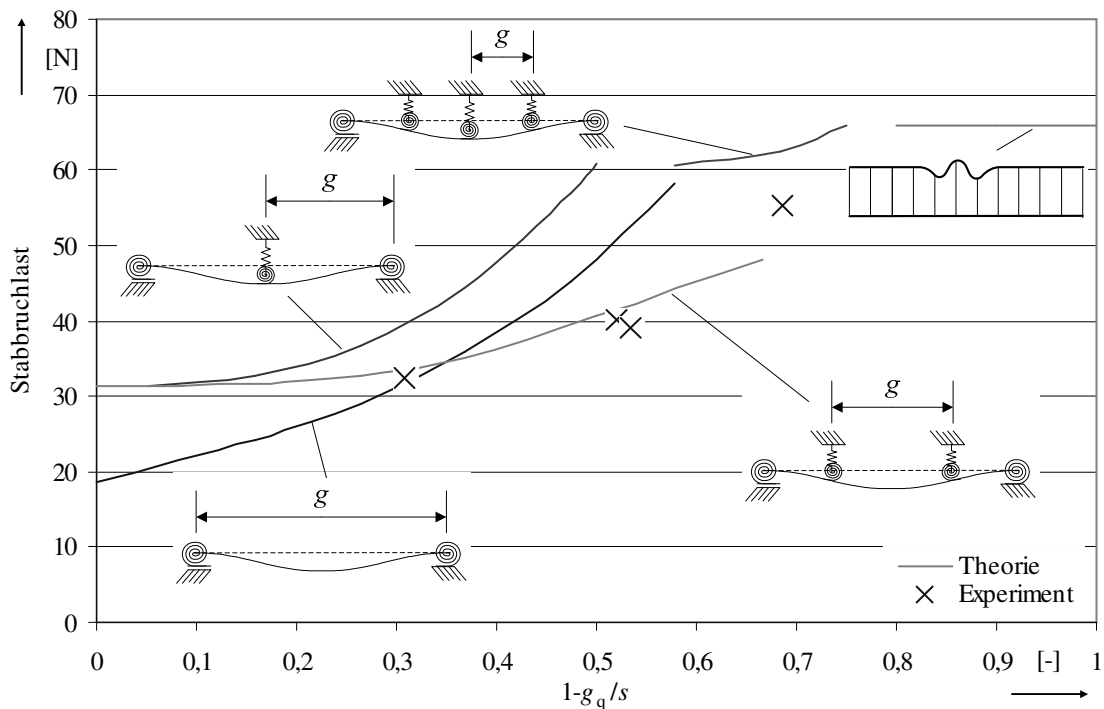


Bild 4-37: Einfluss der Abstände der Querstäbe auf die Stabbruchlasten

Die linke Seite entspricht dem Fall, dass sich innerhalb einer Wabenzelle keine Querstäbe befinden. Mit kleiner werdender Gitterkonstante erhöht sich die Stabbruchlast, dabei sind unterschiedliche Stabanzahlen und -anordnungen möglich. Bei sehr kleinen Abständen der Querstäbe geht die offene Deckhaut in eine geschlossene Deckhaut über. In diesem Fall ändert sich die Versagensform zum Deckhautknittern (4.14).

Ergänzend zu den theoretisch ermittelten Stabbruchlasten sind in Bild 4-37 die Resultate der experimentellen Untersuchungen eingetragen. Mit den zur Verfügung stehenden Berechnungsmodellen und der getroffenen Annahmen wird das grundlegende Verhalten des Einflusses der Gitterkonstante g_q auf die Stabbruchlast gut beschrieben.

4.6 Zweiachsige Beanspruchung

Die bisherigen theoretischen Untersuchungen befassen sich mit dem Versagensverhalten gitterartiger Sandwichdeckhäute unter einachsiger Beanspruchung. Dieser ideale Fall tritt in realen Sandwichstrukturen nur selten auf, meist stellen sich mehrachsige Beanspruchungen ein. Bedingt durch die Gitterstruktur sowie dem nichtlinearen Last-Verformungs-Verhalten der Gitterstäbe lassen sich die in Abschnitt 2.4 genannten Verfahren für zweiachsige Belastungen nicht anwenden.

Prinzipiell lässt sich ein zweidimensional belastetes Gitter durch Kombination von lastübertragenden Längs- und Querstäben analytisch berechnen. Es ist nur für eine entsprechende Verknüpfung der Schnittreaktionen und Verformungen an den Kreuzungsstellen zu sorgen.

4.6.1 Analytisches Berechnungsmodell

Das wesentliche Berechnungsmodell zur Untersuchung der zweiachsigen Druckbeanspruchung besteht aus zwei Wabenzellen (Bild 4-38). Die erste Wabenzelle (Bereich A im Bild 4-38) beinhaltet typische vorverformte Stäbe der Deckhautkonfiguration 2. Die zweite Wabenzelle (Bereich B) weist einen vorverformten Stab der Deckhautkonfiguration 1 auf bei dem üblicherweise Versagen eintritt. Durch diese

Stabkombination in einem Berechnungsmodell ist die Vergleichbarkeit zu den experimentellen Untersuchungen an der Deckhautkonfiguration 1-2 gegeben.

Für diese Untersuchungen werden im Wesentlichen zwei Varianten des zuvor genannten Berechnungsmodells berücksichtigt. Diesen beiden Varianten liegt die gleiche Lösung der Differentialgleichung zu Grunde. Der Unterschied besteht in der unterschiedlichen Wabenausrichtung sowie der Stabanordnung, womit sich lediglich unterschiedliche Stablängen und Größen der Vorverformungen ergeben. Bild 4-38 zeigt die Variante II. Bei diesem Modell sind die Stäbe exzentrisch zu Wabe angordnet. Im Anhang B-3 ist die Variante I mit mittig angeordneten Stäben dargestellt.

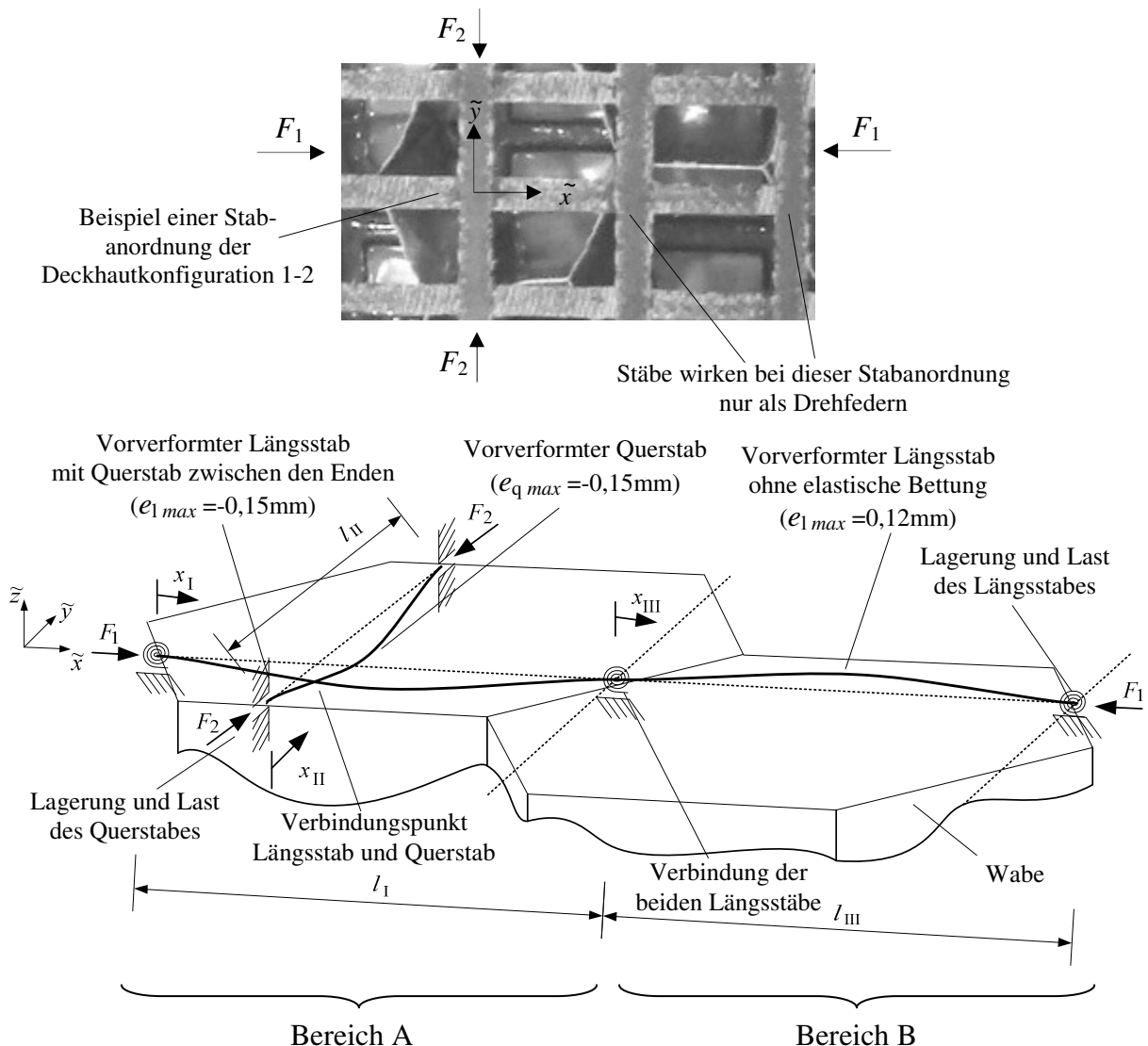


Bild 4-38: Berechnungsmodell (Variante II) zur Untersuchung der zweiachsigen Beanspruchung am Beispiel der Deckhautkonfiguration 1-2

Die zur Lösung der Gleichung (2.32) für jeden Stab benötigten Randbedingungen (Anhang B-3) werden sowohl aus den Lagerbedingungen der Stäbe an den Enden (drehelastische Lagerung und behinderte Verschiebung in \tilde{z} -Richtung) als auch aus den Übergangsbedingungen an den Verbindungspunkten zwischen den Stäben bzw. Stababschnitten bestimmt (vgl. Abschnitt 4.3.1). Im Übergang der beiden Längsstäbe vom Bereich A zum Bereich B stellt sich der gleiche Biegewinkel in beiden Stäben ein.

Neben der reinen Druckbeanspruchung der Stäbe in beide Lastrichtungen ist weiterhin der Einfluss einer Zuglast in einem Querstab auf die Stabbruchlast von Interesse. Für den

entsprechenden vorverformten Zugstab ist bei gleicher Vorverformung die DGL (2.31) mit einem anderen Vorzeichen der Last F und der allgemeinen Lösung (2.39) zu berücksichtigen.

Ein weiteres Berechnungsmodell mit drei Querstäben in einer Wabenzelle (bei Symmetrie zur Wabenmitte) ist im Anhang B-3 angegeben.

4.6.2 Finite-Elemente-Modell

Zur Kontrolle der analytischen Lösung sowie zur Untersuchung einer weiteren Gitterkonfiguration werden FE-Berechnungen durchgeführt. Das in Bild 4-39 gezeigte FE-Modell ist aus Balkenelementen (*Beam4*) in beide Achsrichtungen symmetrisch aufgebaut.

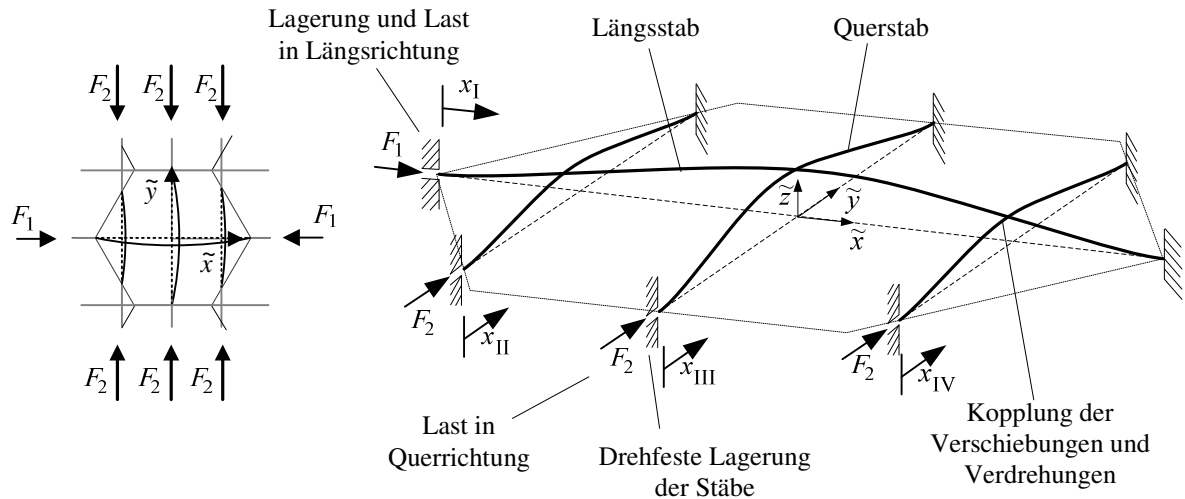


Bild 4-39: Beispiel (Variante V) eines FE-Berechnungsmodells mit drei Querstäben unter zweiachsiger Beanspruchung

An den Kreuzungspunkten sind die Stabelemente starr miteinander verbunden, was eine perfekte Klebung der Stäbe bedeutet.

4.6.3 Stabanordnungen und Kenngrößen

Mit den beiden im Abschnitt 4.6.1 genannten und auf dem Bild 4-40 dargestellten Stabanordnungen werden insgesamt sechs Varianten untersucht. Die Stäbe der im Folgenden dargestellten Varianten sind dabei immer symmetrisch zur Wabenmitte angeordnet.

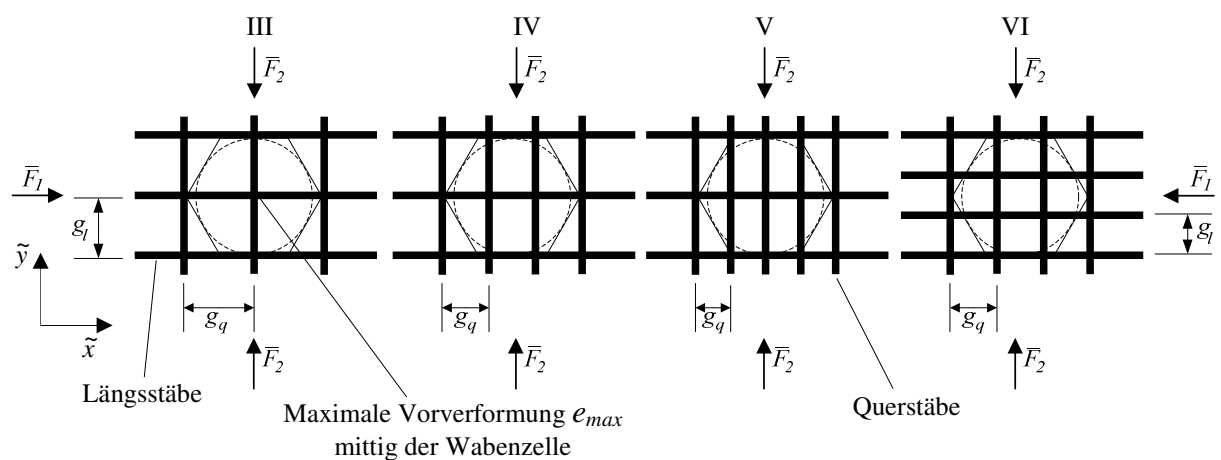


Bild 4-40: Stabanordnungen zur Berechnung der Interaktion zwischen den beiden Lastrichtungen

Für jede Stabrichtung wird angenommen, dass die maximale Vorverformung e_{max} in der Mitte der Wabenzelle auftritt (vgl. Bild 4-8). Entsprechend des Funktionsverlaufes (4.9) der

Vorverformung $w_0(x)$ lassen sich für Stäbe an beliebigen Positionen in der Wabenzelle deren Vorverformungen bestimmen.

Die Berechnungen der Stabbruchlasten für die zuvor gezeigten Stabanordnungen werden basierend auf den Kenngrößen der Deckhautkonfiguration 1-2 mit an den Enden drehfest gelagerten Stäben durchgeführt (Tabelle 4-1 und Tabelle 4-10).

Tabelle 4-10: Kenngrößen zur Berechnung der zweiachsigen Beanspruchung am Beispiel der Deckhautkonfiguration 1-2

Berechnungsmodell		1 Wabenzelle	2 Wabenzellen	2 Wabenzellen
Kenngrößen		(Bild 4-40)	(Variante I - Bild 4-38)	(Variante II)
EI_l	[Nmm ²]	151,6	151,6	151,6
EI_q	[Nmm ²]	108,5	108,5	108,5
s	[mm]	9,5	9,5	9,5
l_I	[mm]	-	4,75 + 4,75	3,4 + 6,1
l_{II}	[mm]	-	5,5 + 5,5	3,4 + 6,1
l_{III}	[mm]	-	7	7
$e_{l\ max}$	[mm]	0,15	0,15	0,12
$e_{l\ max}$	[mm]	-	-0,12	-0,12
$e_{q\ max}$	[mm]	0,15	0,15	0,13
$c_{T\ I,II,III}$	[Nmm]	∞	100 / 10 / 100	100 / 10 / 100
c_T	[Nmm]	-	8 / 5	8 / 6
σ_B	[N/mm ²]	± 1308	± 1308	± 1308

Die Längen der Stäbe ergeben sich, sofern nicht anders angegeben, aus der Geometrie einer Wabenzelle. Alle Stäbe werden als schubstarr angesehen. Bezüglich der Stablasten wird die Annahme getroffen, dass alle Stäbe jeder Lastrichtung gleich belastet sind. Eine ungleichmäßige Lastverteilung lässt sich aufgrund der fehlenden Informationen zu den angrenzenden Wabenzellen nicht sinnvoll berücksichtigen.

4.6.4 Stabilitätsproblem

Das im Abschnitt 4.6.1 vorgestellte analytische Berechnungsmodell eignet sich zur Berechnung von Spannungen im vorverformten Stab wie auch zur Berechnung der Knicklast von perfekten Stäben. Letztere ergibt sich aus der Berechnung der Nullstellen der Koeffizientendeterminante $Det[B]$ (vgl. Abschnitt 2.3). Bild 4-41 zeigt die Interaktionen zwischen den Stablasten in beide Richtungen für die vier betrachteten Stabanordnungen. Die Lasten in jeder Richtung sind jeweils auf die Knicklast bei einachsiger Beanspruchung normiert.

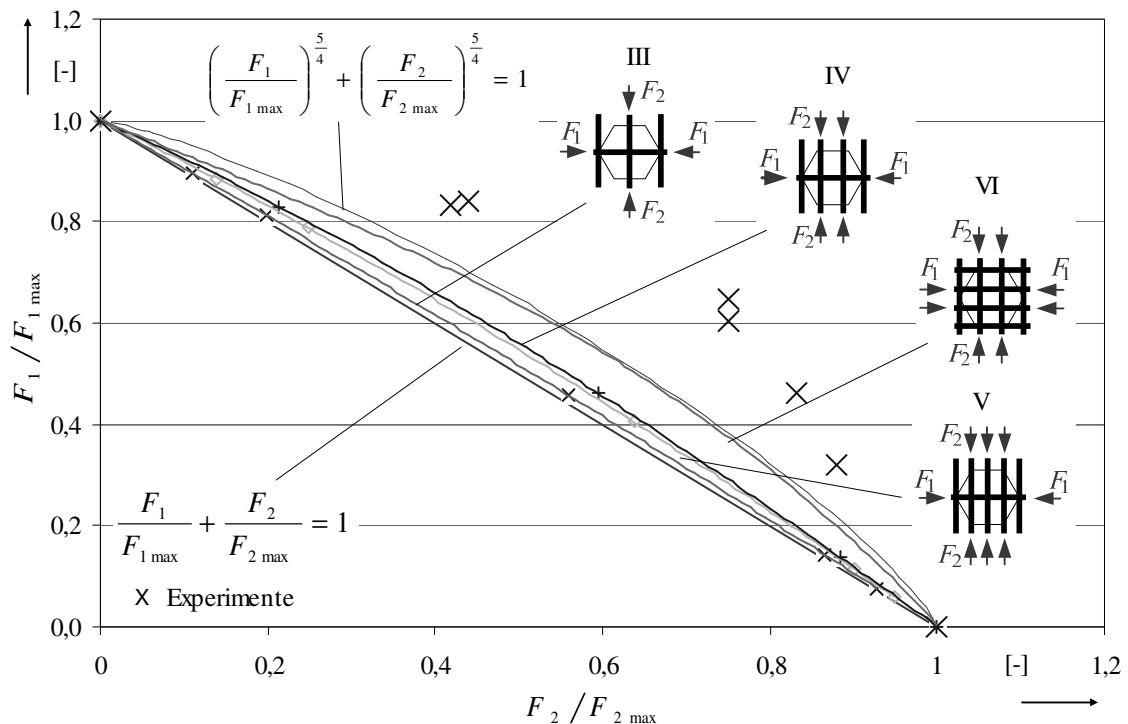


Bild 4-41: Interaktion zwischen den beiden Belastungsrichtungen bei unterschiedlichen Stabanordnungen

Bei der Stabkombination VI zeigt sich ein relativ ausgeprägter nichtlinearer Zusammenhang. Die Interaktion zwischen den beiden Belastungsrichtungen verläuft dagegen bei den Stabkombinationen III, IV, und V nahezu linear. Der lineare Zusammenhang stellt daher unter dem Gesichtspunkt der Stabilität die untere Beanspruchungsgrenze dar.

4.6.5 Spannungsproblem

Bild 4-42 zeigt die Interaktion zwischen den beiden Belastungsrichtungen unter dem Gesichtspunkt des Spannungsproblems. Die Stabbruchlasten werden unter Berücksichtigung der Spannungen in allen Stäben ermittelt.

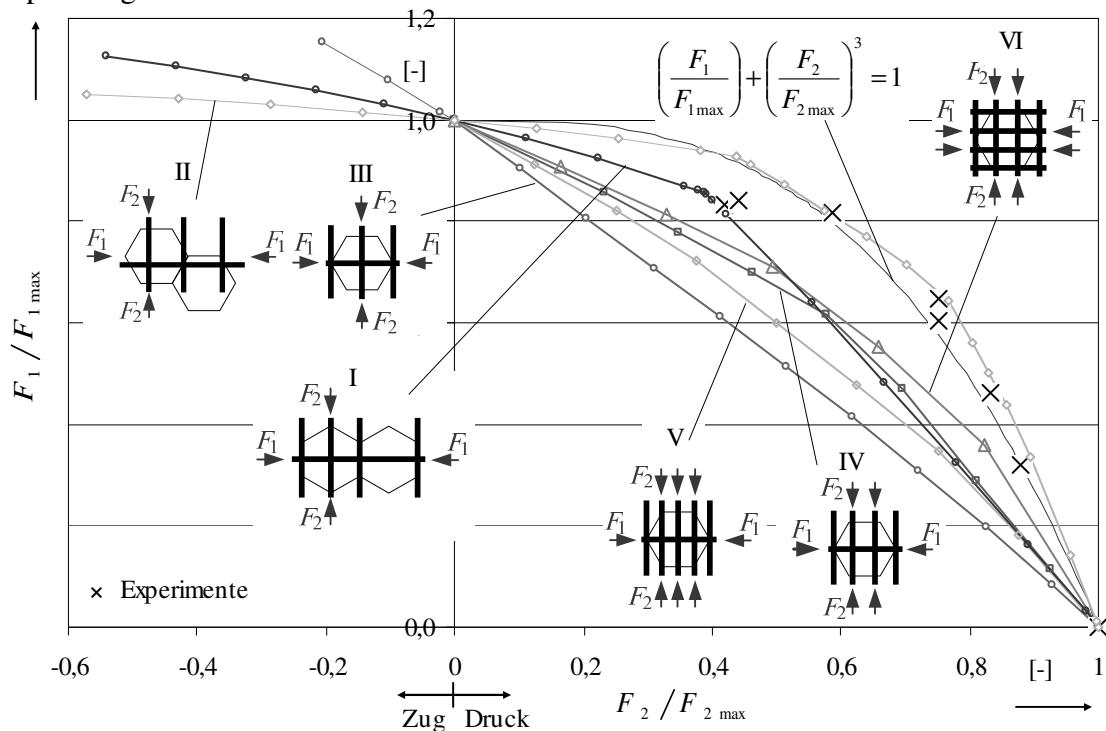


Bild 4-42: Interaktionen zwischen den beiden Belastungsrichtungen bei unterschiedlichen Stabanordnungen

Wie aus der Darstellung zu sehen ist, liegen die Interaktionen zwischen den beiden Belastungsrichtungen der Stabkombinationen III und V nahe dem linearen Zusammenhang. Die weiteren Stabanordnungen zeigen dagegen ein deutliches nichtlineares Interaktionsverhalten.

Die Berechnungsmodelle mit zwei Wabenzellen (Varianten I und II) zeigen bei $F_2/F_{2\max} \approx 0,4$ einen deutlichen Knick im Zusammenhang zwischen den beiden Lastrichtungen. Für $F_2/F_{2\max} > 0,4$ tritt der Bruch im Stab in der linken Wabenzelle (Bereich A im Bild 4-38) ein. Ab $F_2/F_{2\max} < 0,4$ tritt der Bruch im Stab in der rechten Wabenzelle (Bereich B im Bild 4-38) ein. Die letztgenannten Modelle machen deutlich, dass der Bruch in Abhängigkeit vom Lastverhältnis in verschiedenen Stäben auftritt.

Die theoretisch ermittelte Interaktion wird durch den Vergleich mit den Versuchsergebnissen aus Abschnitt 3.3 bestätigt. Der Probekörper weist eine Vielzahl unterschiedlicher Stabanordnungen in den Wabenzellen auf, was damit neben den unterschiedlichen Gitterkonstanten vermutlich eine wesentliche Ursache für die ausgeprägte nichtlineare Interaktion zwischen den beiden Lastrichtungen darstellt.

Weiterhin zeigt eine Zugbeanspruchung in dem Querstab eine stabilisierende Wirkung auf den druckbeanspruchten Längsstab. Hierzu stehen jedoch keine experimentell ermittelten Versagenslasten zur Verfügung.

4.7 Lastverteilung

Werden die Stäbe in Last- bzw. Querrichtung hinsichtlich ihrer Querschnittskennwerte (EI und EA) als gleich angesehen, weisen sie ohne Vorverformungen alle die gleiche axiale Steifigkeit auf. Dies führt zu einer gleichen Beanspruchung aller Stäbe.

Weisen die lastübertragenden Stäbe jedoch eine Vorverformung auf, so verringert sich aufgrund der zusätzlichen Biegeverformungen die axiale Steifigkeit. Dies hat zur Folge, dass sich bei unterschiedlichen Vorverformungen die Last ungleichmäßig auf die einzelnen Stäbe verteilt. Gleiches gilt verstärkt, wenn ein Stab bricht und die Last auf benachbarte Stäbe umgeleitet werden muss.

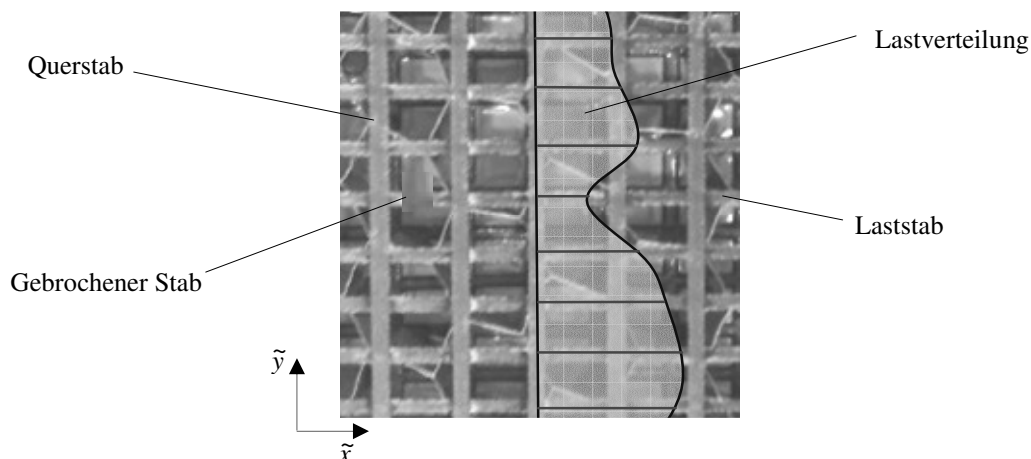


Bild 4-43: Beispiel zur Lastverteilung in einer gitterartigen Sandwichdeckhaut infolge eines Stabbruches

Die Untersuchungen in diesem Abschnitt beziehen sich auf die Lastverteilung in einer gitterartigen Sandwichdeckhaut resultierend aus unterschiedlich vorverformten Stäben sowie infolge eines gebrochenen Laststabes.

4.7.1 Berechnungsmodell der Übertragungsmatrix einer Mehrgurtscheibe

Zur Berechnung der Lastverteilung in einer gitterartigen Sandwichdeckhaut wird eine erweiterte Form der im Abschnitt 2.6 beschriebenen „Übertragungsmatrix der symmetrischen

„Dreigurtscheibe“ verwendet. Während bei der symmetrischen Dreigurtscheibe nur zwei unterschiedliche Stäbe pro Übertragungsabschnitt berücksichtigt werden, lässt sich auf Grundlage der gleichen Theorie eine Übertragungsmatrix formulieren, die eine Vielzahl an Stäben unterschiedlicher axialer Steifigkeiten berücksichtigt.

Axiale Steifigkeit

Die axiale Steifigkeit eines einzelnen vorverformten Stabes resultiert aus der elastischen Längenänderung infolge der Längslast und aus der Änderung der horizontalen Länge infolge einer Biegeverformung $w(x)$. Bild 4-44 zeigt einen Stab mit der Vorverformung $w_0(x)$, dessen horizontale Länge sich infolge der Biegeverformung durch eine axiale Beanspruchung ändert.

$$u_x = u_B + u_e \quad (4.37)$$

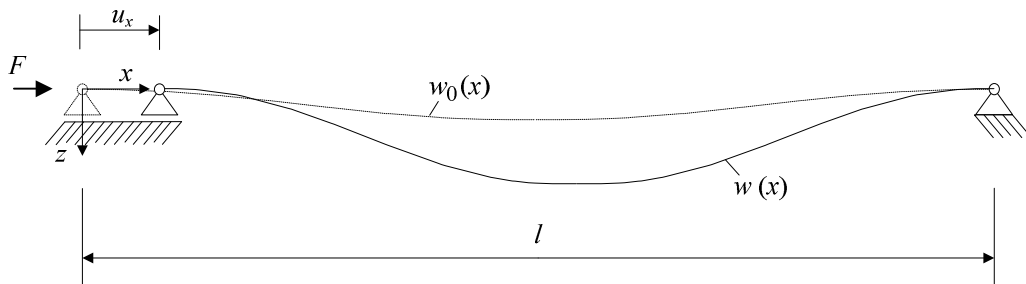


Bild 4-44: Geometrische Längenänderung infolge einer Biegeverformung

Die geometrische Längenänderung u_B eines Stabes infolge einer Biegeverformung folgt nach [44] aus der Beziehung (4.38), wobei die darin enthaltene Biegelinie $w(x)$ eine Funktion der Stablast F ist. Da die hier betrachteten Stäbe Vorverformungen aufweisen, ist dieser Anteil ebenso zu berücksichtigen.

$$u_B = \frac{1}{2} \int_0^l (w'(x) + w_0'(x))^2 dx - \frac{1}{2} \int_0^l w_0'(x)^2 dx. \quad (4.38)$$

Die elastische Längenänderung u_e infolge einer konstanten Drucklast beträgt:

$$u_e = \frac{F \cdot l}{EA}. \quad (4.39)$$

Vereinfachend wird bei kleinen Vorverformungen angenommen, dass die tatsächliche Länge des vorverformten Stabes in etwa dessen horizontaler Länge entspricht.

Aus beiden Verformungen folgt die effektive axiale Steifigkeit $EA_{eff}(F)$ die von der Belastung F abhängt.

$$EA_{eff}(F) = \frac{F \cdot l}{u_B + u_e} \quad (4.40)$$

Die in dieser Arbeit behandelten Deckhautkonfigurationen sind alle aus dem gleichen Material gefertigt. Die axiale Steifigkeit infolge der unterschiedlichen Vorverformungen der Laststäbe lässt sich damit über eine effektive Querschnittsfläche $A_{eff}(F)$, die die beiden Anteile der Verformung berücksichtigt, ausdrücken.

Auf Grund des nichtlinearen Charakters des geometrischen Anteils der Längenänderung des Laststabes ist die Berechnung der Lastverteilung iterativ durchzuführen.

Übertragungsmatrix

Zur Bestimmung der Übertragungsmatrix der Mehrgurtscheibe werden analog zu Abschnitt 2.6 die Differenzverschiebungen Δu zwischen jeweils zwei benachbarten Stäben an den beiden Rändern eines Übertragungsabschnittes benötigt. Bild 4-45 zeigt ein symmetrisches System aus mehreren Laststäben und Schubfeldern im unverformten und verformten Zustand.

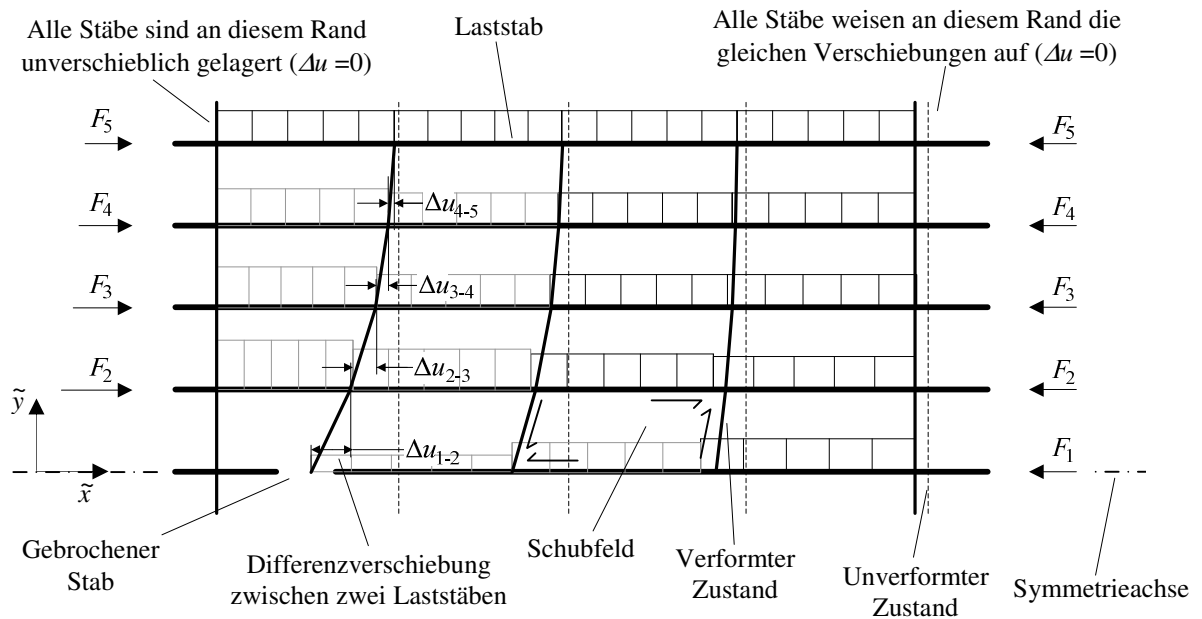


Bild 4-45: Berechnungsmodell bestehend aus Laststäben und Schubfeldern im unverformten und verformten Zustand

Eine Zusammenfassung der Gleichungen zur Berechnung der Differenzverschiebung (sowie der Benennungen in Matrixschreibweise) ist im Anhang B-4 gegeben.

Idealisierung der Querstäbe

Die Funktion der Schubfelder in der klassischen Mehrgurtscheibe wird bei den offenen Sandwichdeckhäuten von den Querstäben übernommen. Die Übertragungsmatrix erfordert an dieser Stelle eine Schubsteifigkeit Gt . Diese folgt aus dem Gleichsetzen der Verschiebung des Schubfeldes Δu mit der Querverformung f des betreffenden Querstabes (Bild 4-46). Aus Überlegungen zum Verformungsverhalten der Querstäbe in Bezug zu den benachbarten Stäben geht hervor, dass eine drehstarre Lagerung der Querstabenden das reale System gut beschreibt.

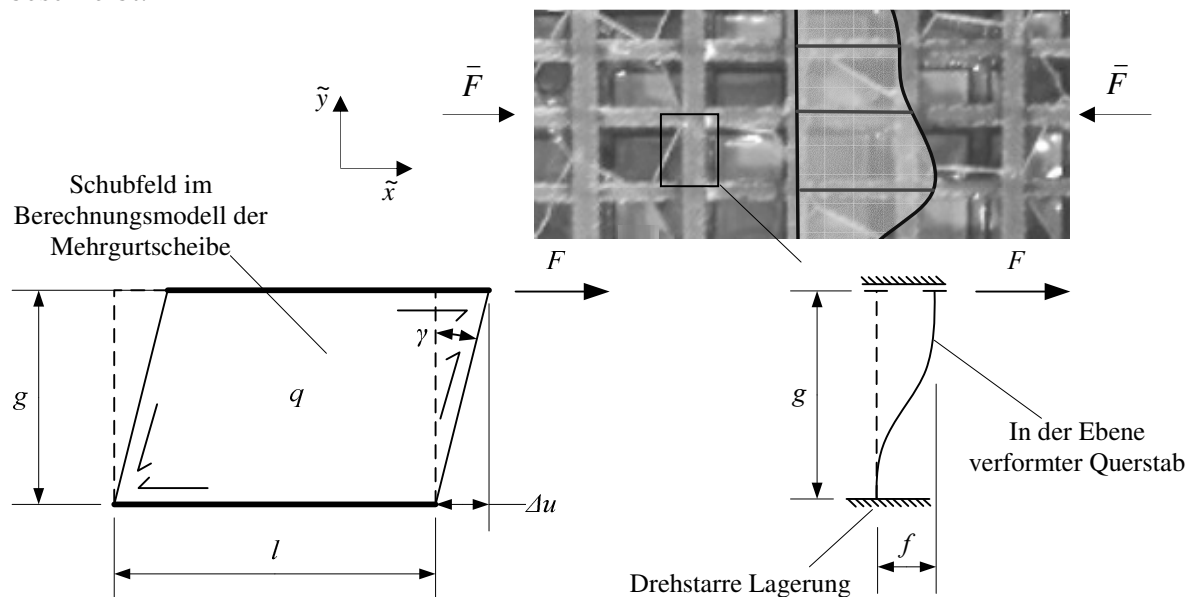


Bild 4-46: Idealisierung der „Schubfelder“ aus Querstäben

Die Gleichung (4.41) stellt die Verschiebung des Schubfeldes ($q = F/l$) infolge der Last F dar.

$$\Delta u = \frac{F}{l} \frac{1}{Gt} \cdot g \quad (4.41)$$

Die Verschiebung f des Querstabes infolge der Last F ergibt sich aus dem Biege- und Schubanteil. Auf Grund der geringen Länge des Stabes muss die Schubverformung infolge der Querkraft mit berücksichtigt werden [76]. Der für die Berechnung der Schubverformung benötigte Schubfaktor κ ist im Anhang B-1.1 dargestellt.

$$f = \frac{Fg^3}{12EI_{qz}} + \frac{Fg}{GA} \kappa = Fg \left(\frac{g^2}{12EI_{qz}} + \frac{1}{GA} \kappa \right) \quad (4.42)$$

Durch Gleichsetzen der beiden Verschiebungen $\Delta u = f$ lässt sich die Ersatzschubsteifigkeit Gt bestimmen.

$$Gt = \frac{1}{l \left(\frac{g^2}{12EI_{qz}} + \frac{1}{GA} \kappa \right)} \quad (4.43)$$

Die aus der Querkraft resultierenden Normal- und Schubspannungen im Querstab können beispielsweise nach [76], [79] und [83] analysiert werden.

4.7.2 Finite-Elemente-Modell der Mehrgurtscheibe

Zur Kontrolle der mit der Übertragungsmatrizenmethode durchgeführten Berechnungen wird eine FE-Analyse mit einem gitterartigen FE-Modell mit geraden Stäben, idealisiert aus *Beam4* Balkenelementen, durchgeführt (Bild 4-47).

Da die Stäbe in diesem FE-Modell keine Vorverformungen aufweisen, werden die unterschiedlichen axialen Steifigkeiten alleine durch die axiale Steifigkeit EA_{eff} berücksichtigt. Die axiale Steifigkeit ist ebenfalls ein Ergebnis der geometrisch nichtlinearen analytischen Berechnung der Lastverteilung, weswegen die analytische Berechnung vor der FE-Berechnung durchzuführen ist. Diese axialen Steifigkeiten werden im FE-Modell (Bild 4-47) für die jeweiligen Stäbe übernommen. Die Gesamtlast wird über einen „Masterknoten“, dessen Verschiebungen mit denen der Stabenden gekoppelt sind, aufgebracht.

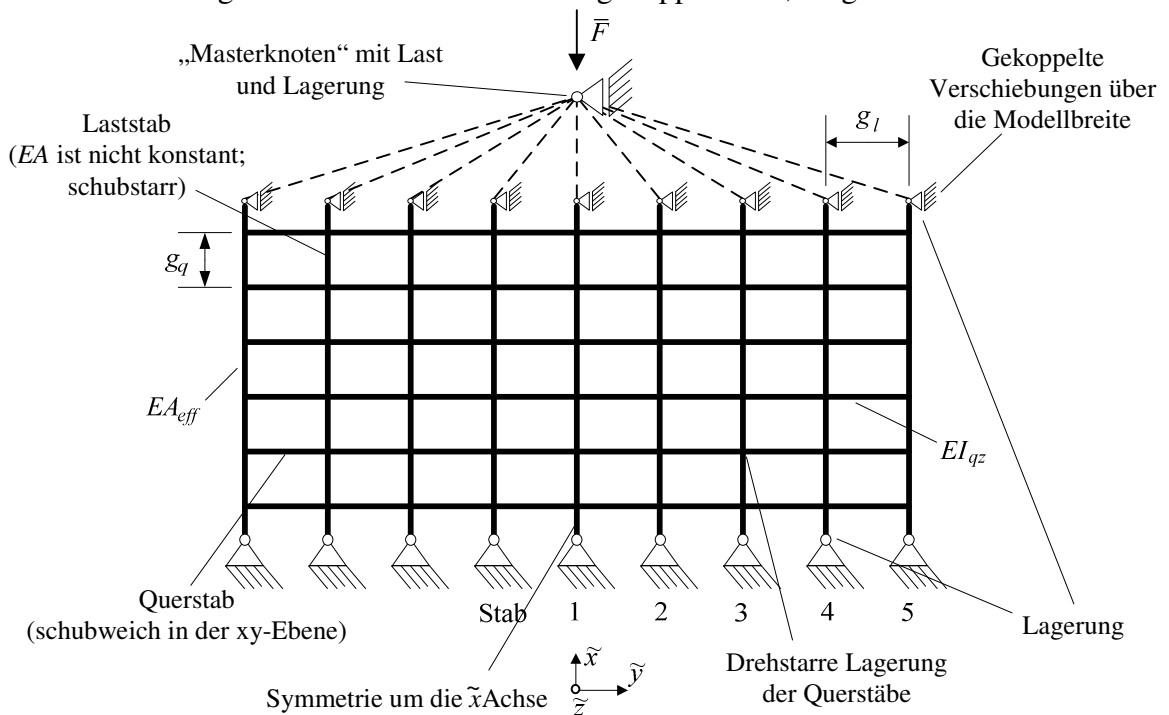


Bild 4-47: FE-Modell mit unterschiedlichen Gurtsteifigkeiten zur Kontrolle der analytischen Berechnung der Lastverteilung

Zur Erfüllung der angenommenen Randbedingungen der Querstäbe (vgl. Bild 4-46) für die Herleitung der Schubsteifigkeit Gt werden diese an den Verbindungspunkten mit den Laststäben jeweils um die \tilde{z} -Achse drehstarr gelagert. Ergänzend wird zur Kontrolle der getroffenen Annahme auch ein FE-Modell verwendet, bei dem eine Rotation der Knoten um die \tilde{z} -Achse zulässig ist.

4.7.3 Lastverteilung mit und ohne gebrochenen Stab

Die Lastverteilung wird am Beispiel der Deckhautkonfiguration 2 untersucht. Es wird ein Deckhautausschnitt, bestehend aus neun Laststäben und sechs Querstäben (bzw. Übertragungsabschnitten), betrachtet. Bedingt durch den symmetrischen Aufbau des analytischen Berechnungsmodells lassen sich für jeden Übertragungsabschnitt fünf Stäbe mit unterschiedlichen Längssteifigkeiten berücksichtigen (Bild 4-48).

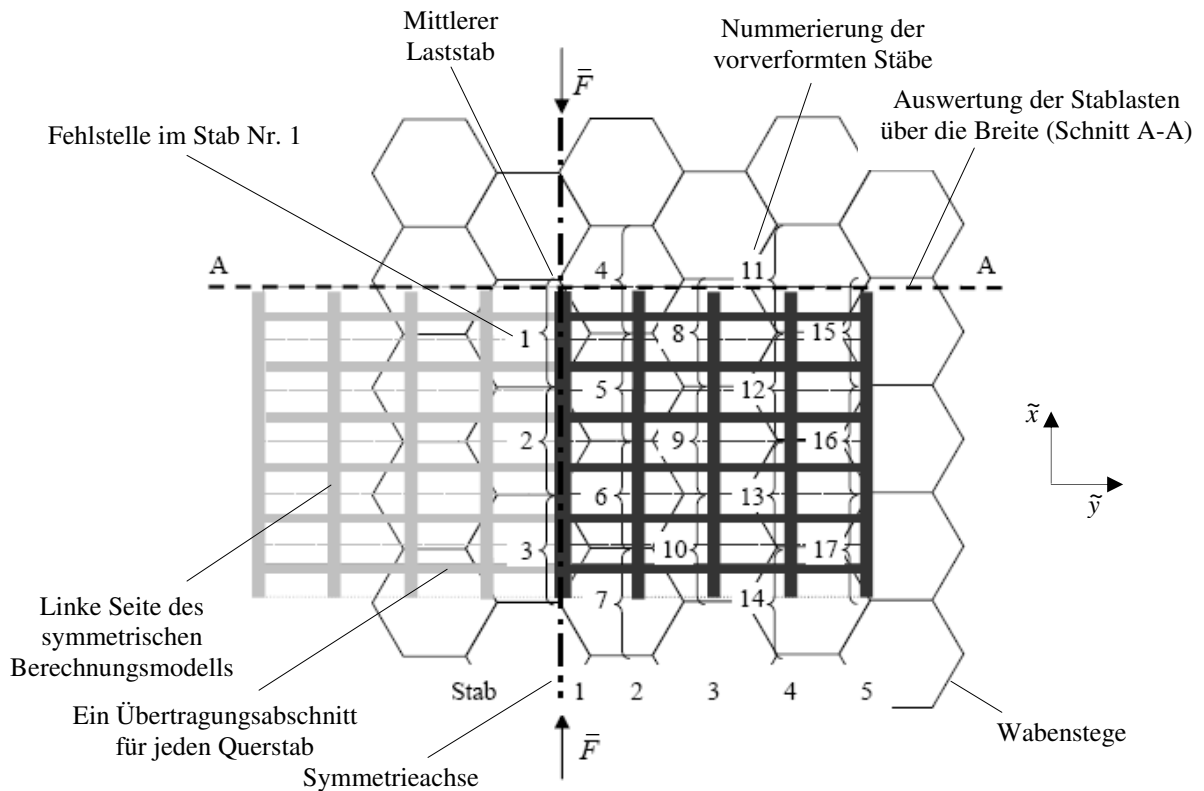


Bild 4-48: Anwendung des analytischen Berechnungsmodells der Mehrgurtscheibe auf einen Gitterausschnitt der Deckhautkonfiguration 2 mit sechs Übertragungsabschnitten

Die Gitter- und Querschnittskenngößen sind in Tabelle 4-1 und Tabelle 4-11 dargestellt.

Tabelle 4-11: Kenngrößen zur Berechnung der Lastverteilung am Beispiel der Deckhautkonfiguration 2

Kenngrößen			Beschreibung
F	[N]	9*39,12	Drucklast aus den Versuchen
EI_{ly}	[Nmm ²]	108,5	Biegesteifigkeit der Laststäbe um die lokale y-Achse
EI_{qy}	[Nmm ²]	151,6	Biegesteifigkeit der Querstäbe um die lokale y-Achse
EI_{qz}	[Nmm ²]	5743	Biegesteifigkeit der Querstäbe um die lokale z-Achse
Gt	[N/mm]	140,7	Fiktive Schubsteifigkeit
A_{eff}	[mm ²]	v	Effektive Querschnittsfläche
g_q	[mm]	4,452	Abstände der Querstäbe
g_l	[mm]	6,757	Abstände der Laststäbe
κ_y	[-]	1,09	Schubfaktor (in der xy-Ebene)
e	[mm]	v	Vorverformungen der einzelnen Stäbe

Insgesamt besteht der betrachtete Deckhautausschnitt aus 17 Wabenzellen mit jeweils unterschiedlich vorverformten Stäben. Jeder Querstab entspricht einem Schubfeld. Für jeden der Laststäbe wird die analytische Berechnung der axialen Steifigkeit EA_{eff} (F) infolge der Stablaster $F(EA_{eff})$ separat durchgeführt.

Die Größen der Vorverformungen (in Abhängigkeit der Stabanordnung in den Wabenzellen) liegen zwischen 0,05 und 0,1mm. Eine Tabelle mit einer Übersicht über die maximalen Vorverformungen der betrachteten Laststäbe ist im Anhang C-4 gegeben.

Lastverteilung ohne gebrochenen Laststab

Mit der mittleren Stabbruchlast $F_{Stab}=39,12\text{N}$ der Deckhautkonfiguration 2 (vgl. Abschnitt 3.2.2) ergibt sich die Lastverteilung auf dem Bild 4-49 im Schnitt A-A (vgl. Bild 4-48). Zur Kontrolle der Annahme „drehstarre Lagerung“ der Querstäbe (vgl. Bild 4-46) wird weiterhin Unterschieden zwischen einem FE-Modell bei dem eine Rotation der Verbindungspunkte zulässig ist („gelenkig“) und einem Modell bei dem diese verhindert ist („drehstarr“).

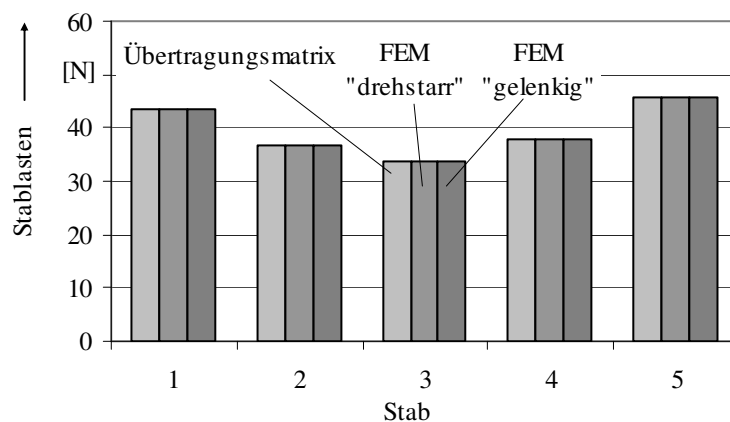


Bild 4-49: Lastverteilung im Schnitt A-A infolge unterschiedlicher axialer Steifigkeiten der Laststäbe

Während die minimale Last bei ca. 34N liegt, tritt am Rand eine Last von ca. 45N auf. Die Stablaster beider Berechnungsmethoden (Übertragungsmatrix und FEM) sind praktisch identisch sofern die Rotation der Verbindungspunkte verhindert wird. Sind Rotationen zugelassen, so liegen die Abweichungen bei ca. 0,1%. Dies zeigt, dass die angenommene Randbedingung bei diesem Beispiel das Verhalten der gitterartigen Deckhaut gut beschreibt.

Lastverteilung mit gebrochenen Laststab

Während sich die vorherige Betrachtung auf die Lastverteilung ohne Fehlstelle bezieht, lassen sich mit dieser Berechnungsmethode auch Fehlstellen, zum Beispiel in Form gebrochener Laststäbe, berücksichtigen.

In diesem Fall wird angenommen, dass der Stab Nr. 1 (vgl. Bild 4-48) durchtrennt ist und keine Last mehr überträgt ($EA \rightarrow 0$). Die restlichen Stäbe müssen daher den Lastanteil des gebrochenen Stabes übernehmen. Dieser Lastanteil wird durch die Querstäbe auf die benachbarten Laststäbe übertragen (Bild 4-50).

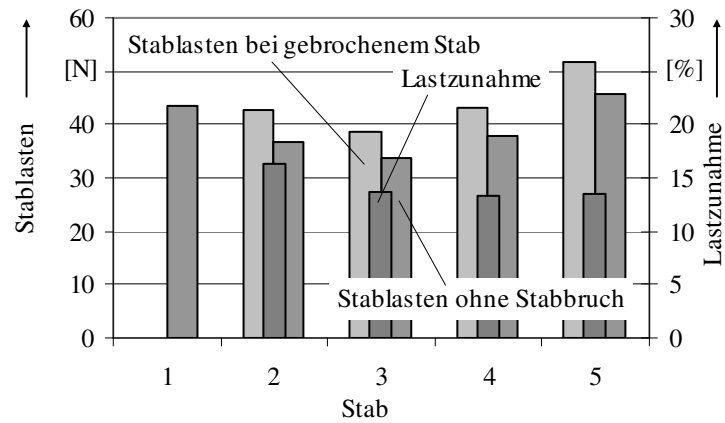


Bild 4-50: Lastumlagerung (Schnitt A-A) infolge eines Bruches des Stabes Nr. 1

Es kommt im direkt benachbarten Stab der Bruchstelle zu einer Lastzunahme von ca. 16% bezogen auf den Ausgangswert. Die restlichen Stäbe müssen eine ca. 13% höhere Last übertragen. Eine derartige Zunahme der Last kann zum Bruch des benachbarten Stabes führen. Dies bedeutet wiederum eine weitere Lastzunahme in den anderen Stäben und kann damit das Versagen der gesamten Struktur zur Folge haben.

5 Finite-Elemente Analyse eines Deckhautausschnittes mit vielen Wabenzellen

Die bisherigen theoretischen Betrachtungen wurden an Ausschnitten einer Deckhaut, meist in Größe einer Wabenzelle, durchgeführt (vgl. Bild 4-2). Zur Kontrolle der dafür getroffenen Annahmen werden im Weiteren Deckhautausschnitte mit einer Vielzahl an Wabenzellen und Stäben mit Hilfe des FE-Programms *Ansys*[®] analysiert (Bild 5-1). Diese Analysen ermöglichen insbesondere die bisher weitgehend vernachlässigten Wechselwirkungen über die Grenzen der einzelnen Wabenzellen hinaus mit einzubeziehen.

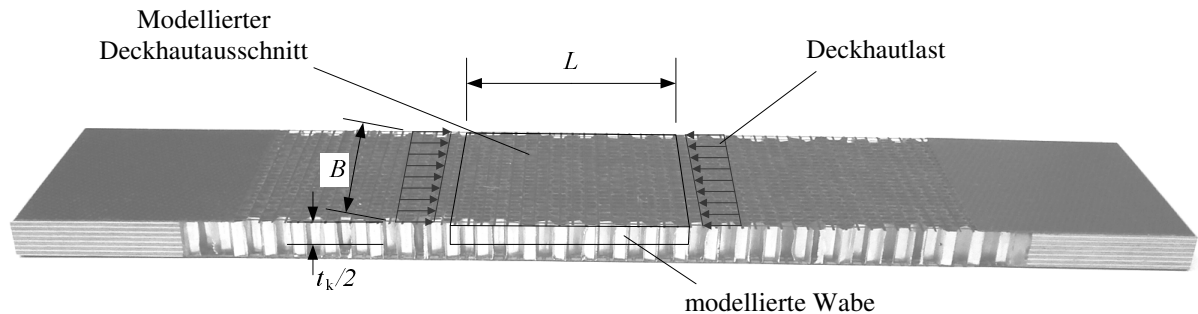


Bild 5-1: Gitterausschnitt der Deckhautkonfiguration 1 der mit Finiten-Elementen idealisiert wird

Die nachfolgenden Untersuchungen werden für alle Deckhautkonfigurationen ohne Kaptonfolie durchgeführt. Dabei wird unterschieden in Berechnungsmodelle mit und ohne idealisierten Wabenzellen. Neben der Berechnung der Bruchlast unter dem Gesichtspunkt des Spannungsproblems wird am Beispiel der Deckhautkonfiguration 2 auch die stabilitätskritische Last bestimmt. Weiterhin werden ergänzend zu den Abschnitten 4.6 und 4.7 der zweiachsige Belastungszustand sowie die Verteilung Last bei Bruch eines Stabes untersucht.

5.1 Vorausgegangene Arbeiten

In [58] wird neben den experimentellen Untersuchungen an Druckprobekörpern ein FE-Modell mit mehreren Wabenzellen und Gitterstäben unter dem Gesichtspunkt des Stabilitätsproblems analysiert. Eine Berechnung der stabilitätskritischen Last liefert vor allem Eigenwerte der Wabenstruktur (Bild 5-2), die für diese Untersuchungen nicht weiter von Bedeutung sind. Die wenigen Eigenformen der Sandwichdeckschicht zeigen jedoch, dass die Verformungen der Stäbe im Wesentlichen innerhalb der Wabenzellen auftreten.

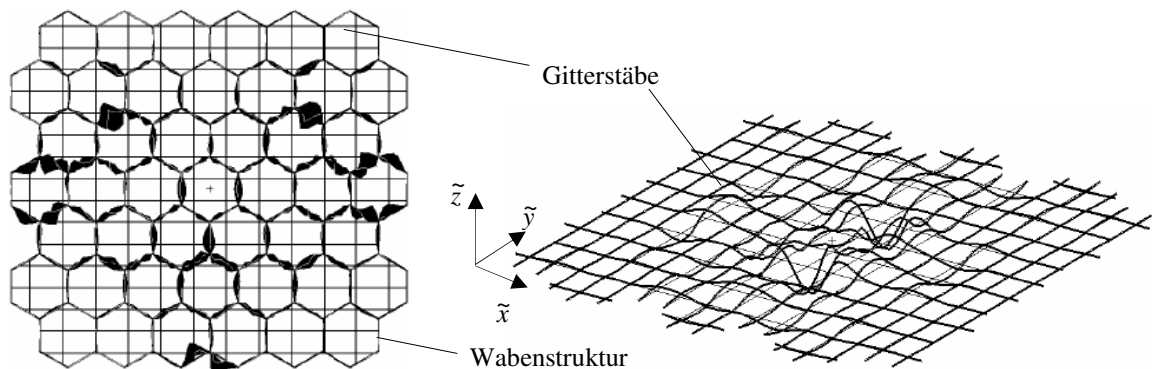


Bild 5-2: Beulen der Wabenstege (links) und Knicken der Deckhautstäbe (rechts) [58]

[84] behandelt ebenfalls die Berechnung der stabilitätskritischen Lasten an FE-Modellen offener Sandwichdeckhäute. Der Schwerpunkt lag darauf, die offenen Sandwichdeckhäute mit

Hilfe einer möglichst feinen Idealisierung abzubilden. Neben der Modellierung von Stäben und Wabenzellen wird weiterhin die Klebeverbindung der Deckhaut zu den Waben mit geeigneten Elementen abgebildet. Berechnet wurde die Knicklast auf Basis einer nichtlinearen Beulanalyse. Weiterhin wurden Vergleiche zu experimentell ermittelten Bruchlasten durchgeführt. Die theoretisch ermittelten Bruchlasten sind teilweise den experimentell ermittelten Werten ähnlich.

Beide genannten Arbeiten hatten das Ziel, das Verhalten der Deckhäute unter dem Gesichtspunkt des Stabilitätsproblems zu beschreiben. Die teilweise sehr detaillierten Berechnungsmodelle konnten jedoch das tatsächliche Bruchverhalten sowie die Bruchlasten der Deckhäute nur bedingt wiedergeben.

5.2 Finite-Elemente-Modell

Die Abmessungen der FE-Modelle entsprechen näherungsweise einem quadratischen Ausschnitt mit den Abmessungen $L \approx B$ (vgl. Bild 5-1). Die Stäbe werden mit Balkenelementen (*Beam4*) unter Annahme eines elliptischen Stabquerschnitts abgebildet (Tabelle 4-1 und Tabelle D-1). Dabei besteht jeder Stababschnitt mit der Länge g aus 20 Elementen. Weiterhin wird angenommen, dass entweder alle Stäbe Schubstarr oder schubweich sind. Insgesamt liegen etwa 130 Wabenzellen im modellierten Deckhautausschnitt. Auf die eigentliche Idealisierung der Waben wird für die allgemeinen Untersuchungen jedoch verzichtet. Die Verschiebungen der Stäbe werden entlang der Wabenumrisse nur in \tilde{z} -Richtung verhindert (Bild 5-3). Die unterschiedliche Wabenorientierung der einzelnen Deckhautkonfigurationen wird dabei berücksichtigt.

Berechnung der Vorverformungen

Die Vorverformungen werden mit Hilfe einer Streckenlast, die in \tilde{z} -Richtung auf die Stäbe wirkt, erzeugt. Für diesen separaten Berechnungsschritt werden alle Ränder des FE-Modells „fest eingespannt“ gelagert.

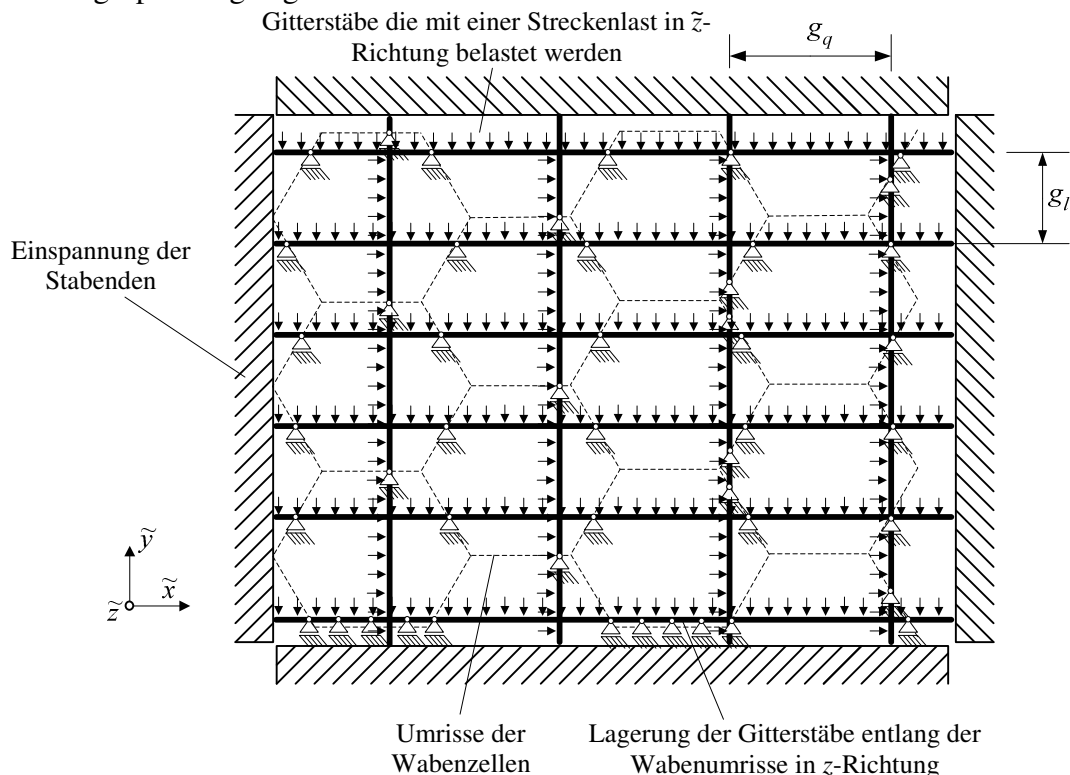


Bild 5-3: FE-Modell einer gitterartigen Sandwichdeckhaut mit Lagerungen sowie Streckenlasten zur Erzeugung der Vorverformungen

Durch die Größe der aufgetragenen Streckenlast wird die Größe der Vorverformung an die aus den Schliffbildern ermittelten Größen angepasst. Nach der Berechnung der Vorverformungen werden die verformte Geometrie sowie die Lagerung auf den Waben für die anschließende Berechnung der Bruchlasten in das Modell übernommen (Bild 5-4 und Bild D-1 im Anhang).

Berechnung der Spannungen in den Gitterstäben

Die Lagerungen der Stabenden werden für die eigentliche Spannungsberechnung an die Gegebenheiten der realen Probekörper angepasst. Am Rand gegenüber dem Lastangriffspunkt werden weder Verschiebungen noch Verdrehungen zugelassen (entspricht dem Übergang zum Doppler). Gleiches gilt, mit Ausnahme der Verschiebung $u_{\tilde{x}}$ in Lastrichtung, für den Rand mit dem Lastangriffspunkt. Die Last wird über einen „Masterknoten“, dessen Verschiebungen in \tilde{x} -Richtung mit den Enden der einzelnen Stäbe gekoppelt sind, aufgebracht. Quer zur Lastrichtung sind die Ränder nicht gelagert (Bild 5-4).

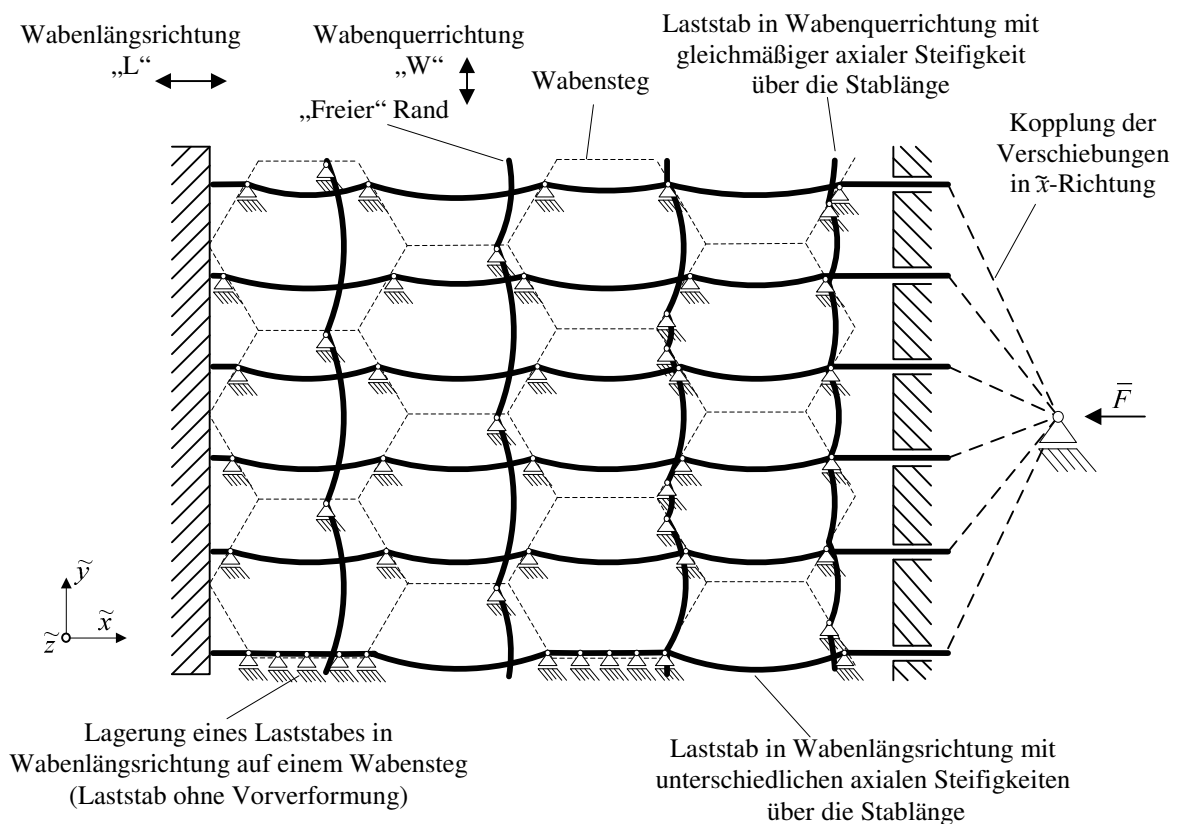


Bild 5-4: FE-Modell mit vorverformten Gitterstäben und angreifender Deckhautlast

Eine Besonderheit stellen Laststäbe dar, die nahe einem Wabensteg parallel zu diesem verlaufen. Bei Berücksichtigung der Stabbreite ergibt sich über eine größere Länge eine Lagerung des Stabes auf dem Wabensteg (Bild 5-4). Damit wird in diesem Bereich keine Vorverformung erzeugt. Dies ist abhängig von der Ausrichtung der Wabe und führt dazu, dass Stäbe ohne Vorverformung auf Stäbe mit Vorverformungen treffen. Mit größer werdender Vorverformung der Laststäbe verringert sich deren axiale Steifigkeit. Die Unterschiede zwischen den Steifigkeiten infolge der unterschiedlichen Vorverformungen liegen bei bis zu 30%.

5.3 Stabbruchlasten

Zur Berechnung der Stabbruchlasten wird die angreifende Deckhautlast \bar{F} so lange vergrößert, bis in einem der Stäbe die Bruchspannung σ_B erreicht wird. Bild 5-5 zeigt für alle vier Deckhautkonfigurationen mit schubstarken und schubweichen Stäben eine Gegenüberstellung der auf die Anzahl der Laststäbe gemittelten Stabbruchlasten F_{Stab} sowie der Versuchsergebnisse (jeweils dargestellt mit der minimalen und maximalen Stabbruchlast).

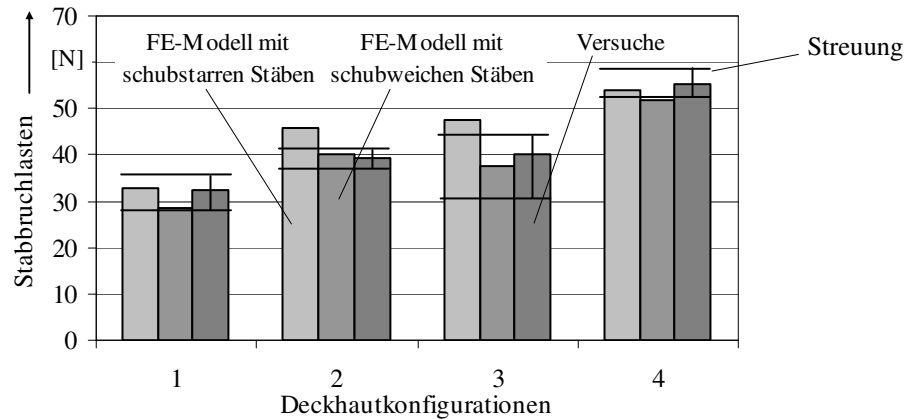


Bild 5-5: Gegenüberstellung der mittleren Stabbruchlasten der FE-Modelle mit den Versuchsergebnissen (mit Streuung)

Der Vergleich der Bruchlasten der FE-Modelle mit schubstarken und schubweichen Stäben zeigt, dass sich die Schubweichheit unterschiedlich auswirkt. Während der Einfluss auf die Bruchlast bei einem dichten Netz (Deckhautkonfiguration 4) relativ klein ist, sind die Abweichungen bei einem groben Netz (Deckhautkonfiguration 3) recht groß. Weiterhin zeigt der Vergleich der Bruchlasten der Berechnungsmodelle mit schubweichen Stäben recht gute Übereinstimmungen mit den Versuchsergebnissen. Eine Diskussion der Ergebnisse zu den einzelnen Deckhautkonfigurationen ist im Anhang D-1.3 gegeben.

Ähnlich zu dem Last-Verformungsverhalten der experimentell untersuchten Deckhautkonfigurationen (vgl. Abschnitt 3.2.2) zeigen auch die FE-Modelle ein deutliches nichtlineares Last-Verformungsverhalten (Bild 5-6).

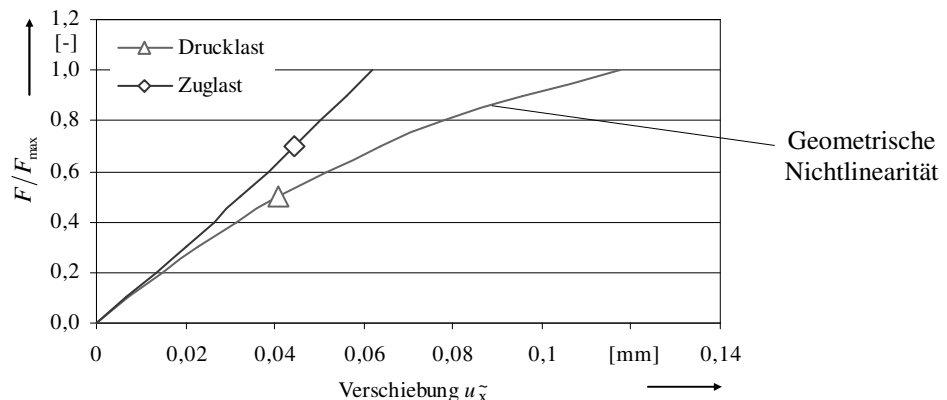


Bild 5-6: Nichtlineares Last-Verformungsverhalten des FE-Modells der Deckhautkonfiguration 1

Mit größer werdender Längsverschiebung $u_{\tilde{x}}$ des Lasteinleitungspunktes nimmt die Steifigkeit der druckbeanspruchten Deckhaut infolge der Biegeverformungen („Druckbiegung“) der Stäbe ab. Wird die Deckhaut hingegen auf Zug beansprucht, werden die Stäbe „gerade“ gezogen und die Steifigkeit nimmt zu.

5.4 Einfluss der Waben auf die Stabbruchlast

Bei den experimentellen Untersuchungen konnte beobachtet werden, dass die Biegeverformungen der Gitterstäbe auf die Bereiche innerhalb der Wabenzellen begrenzt sind. Daher wurden bei den bisherigen Untersuchungen die Lagerungen auf den Wabenstegen als starr in \tilde{z} -Richtung angesehen. Um diese Annahmen zu überprüfen, wird für weitere Untersuchungen die Elastizität der Waben mit berücksichtigt. Dabei wird zwischen perfekten und imperfekten Wabenstegen unterschieden. Ergänzend zur Spannungsberechnung von vorverformten Stäben wird an einem Beispiel auch die stabilitätskritische Last der Deckhaut bestimmt.

5.4.1 Finite-Elemente-Modelle

Die Untersuchungen zum Einfluss der Waben auf die Spannungen in den Stäben werden für die Deckhautkonfigurationen 1 bis 4 durchgeführt. Die Deckhautstäbe werden mit Balkenelementen (*Beam4*) und die Wabenstege mit Schalenelementen (*Shell63*) idealisiert. Die Vorverformungen der Stäbe werden, wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, mit Streckenlasten erzeugt. Um die Anzahl der Freiheitsgrade zu reduzieren wird mit kleineren Modellen (Bild 5-7) als im Abschnitt 5.3 gearbeitet.

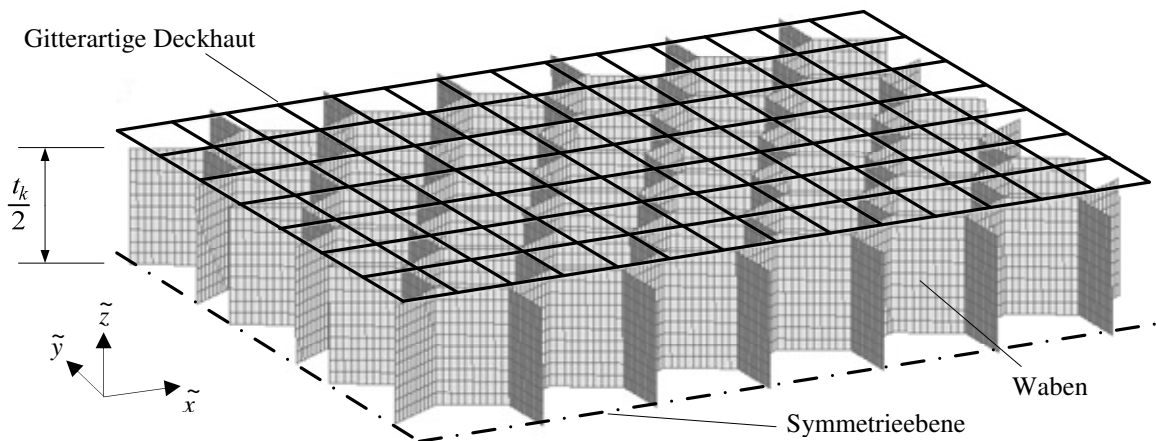


Bild 5-7: FE-Modell der Deckhautkonfiguration 1 aus Gitterstäben und Wabenzellen unter Nutzung der Symmetrie zur Wabenmitte

Unter der Annahme eines symmetrischen Aufbaus der Sandwichelemente wird nur eine Hälfte des Sandwichs in \tilde{z} -Richtung modelliert (die Kenngrößen sind in der Tabelle D-2 aufgelistet).

Die Klebung zwischen den Stäben und den Wabenstegen wird als perfekt angesehen. Daher werden an den Klebestellen, unter Berücksichtigung der Stabbreite, alle Verschiebungen und Verdrehungen zwischen den Wabenstegen und den Stäben gekoppelt (Bild 5-8). Auf eine detailliertere Modellierung der Klebestelle, bzw. der so genannten Kehlnähte [86] (vgl. Bild 4-5), wird verzichtet.

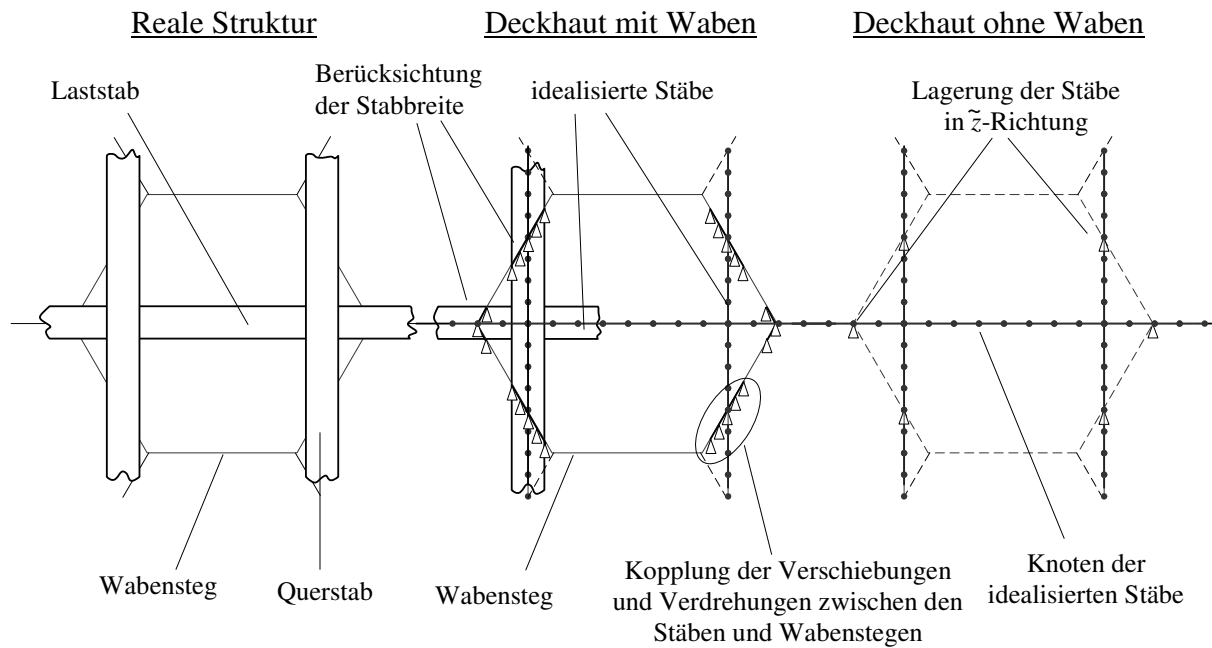


Bild 5-8: Lagerungen der Stäbe der einzelnen Modellierungsvarianten (mit und ohne Waben)

Auf den Schliffbildern konnten weiterhin Imperfektionen der Wabenzellen festgestellt werden. Neben Abweichungen von der hexagonalen Struktur der Wabenzellen (Bild 5-9: links) können die Wabenstege selbst ebenfalls Vorverformungen aufweisen (Bild 5-9: rechts).

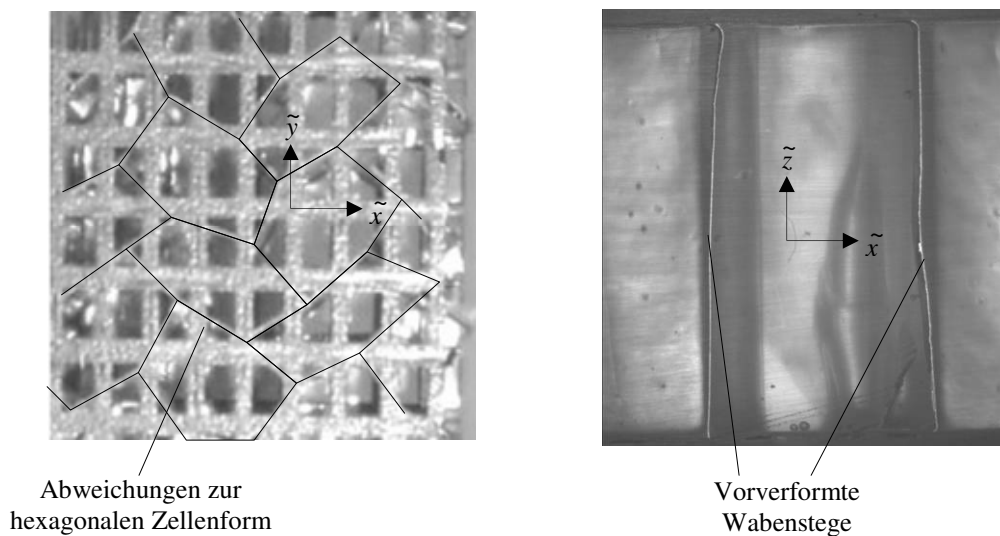


Bild 5-9: Vorverformungen der Wabenzellen (links) und der Wabenstege (rechts)

Neben den vorverformten Stäben werden im Berechnungsmodell auch Vorverformungen der Wabenstege berücksichtigt. Die Vorverformungen der Wabenstege werden, analog zu den Vorverformungen der Gitterstäbe, über Flächenlasten erzeugt.

5.4.2 Stabilitätskritische Lasten einer perfekten Deckhaut

Die stabilitätskritische Last wird am Beispiel der Deckhautkonfiguration 2 mit schubstarrten Stäben (Tabelle D-2) sowie mit und ohne Berücksichtigung der Waben berechnet. Da die Wabenstege selbst eine Vielzahl von Eigenformen aufweisen (vgl. [58] und [84]), die ein Extrahieren der Stabknicklasten schwierig machen, wird das Beulen der Wabenstege verhindert. Dies ist möglich, wenn von den Stäben keine Rotationen auf die Wabenstege

übertragen werden. Für diese Untersuchung werden daher nur die Verschiebungen der Stäbe in \tilde{z} -Richtung mit der Wabe gekoppelt. Um ausgeprägte Randeffekte (vgl. Bild 3-16) zu vermeiden, werden weiterhin die Randstäbe in \tilde{z} -Richtung unverschieblich gelagert. Wie die Ergebnisse in der Tabelle 5-1 zeigen, ergeben die Berechnungen der stabilitätskritischen Lasten Werte, die deutlich über den experimentell ermittelten Stabbruchlasten liegen.

Tabelle 5-1: Knicklasten der Deckhautkonfiguration 2 mit perfekten Stäben

Berechnungsmodell	Deckhautknicklast [N]	Stabknicklast [N]
Deckhaut ohne Waben	482	60
Deckhaut mit Waben	471	59

Der Einfluss der elastischen Waben auf die Knicklast ist mit ca. 2% relativ klein. In beiden Fällen stellen sich vergleichbare Knickformen ein. Beim Berechnungsmodell mit idealisierten Waben ist deutlich zu sehen, dass die Biegeverformungen der Stäbe ausschließlich innerhalb der Wabenzellen auftreten (Bild 5-10).

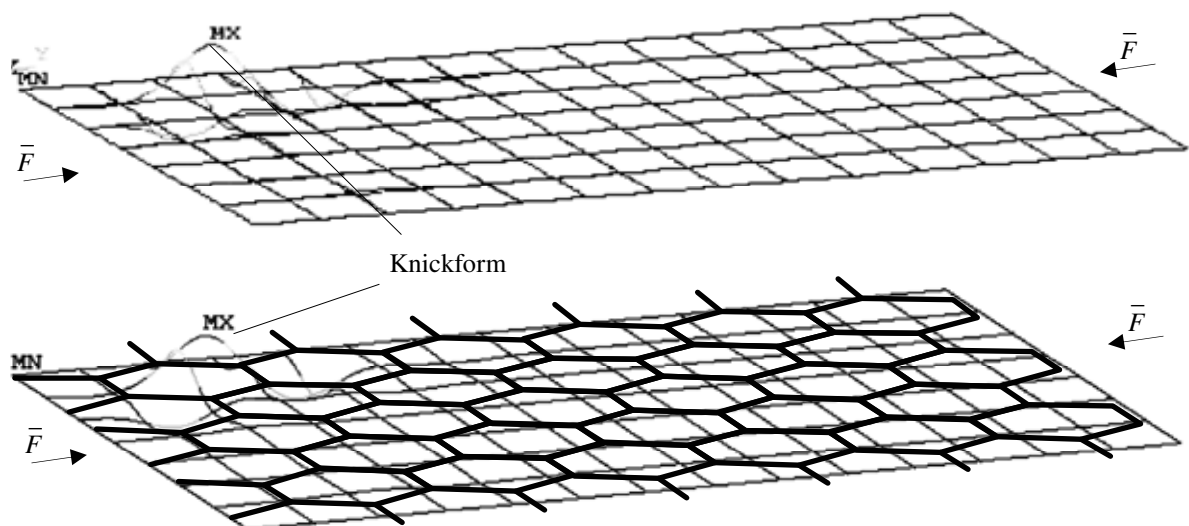


Bild 5-10: Knickformen einer offenen Sandwichdeckhaut ohne (oben) und mit (unten) Berücksichtigung der Wabennachgiebigkeit

Hinsichtlich der Knicklasten sind bei den weiteren Deckhautkonfigurationen keine neuen Erkenntnisse zu erwarten, daher werden keine weiteren Untersuchungen zum Knickverhalten durchgeführt.

5.4.3 Einfluss der Waben auf die Stabbruchlasten

Damit sich der Einfluss der Waben auf die Bruchlast darstellen lässt, werden drei Modell-Varianten untersucht:

- Variante I: Deckhaut ohne Waben
- Variante II: Deckhaut und perfekte Wabenstege
- Variante III: Deckhaut und imperfekte Wabenstege.

Ähnlich der Vorgehensweise im Abschnitt 5.3 wird zur Ermittlung der Bruchlast die Deckhautlast stetig erhöht, bis in einem der Gitterstäbe die Bruchspannung σ_B erreicht wird. Bild 5-11 zeigt die Stabbruchlasten F_{Stab} für die untersuchten Berechnungsmodelle.

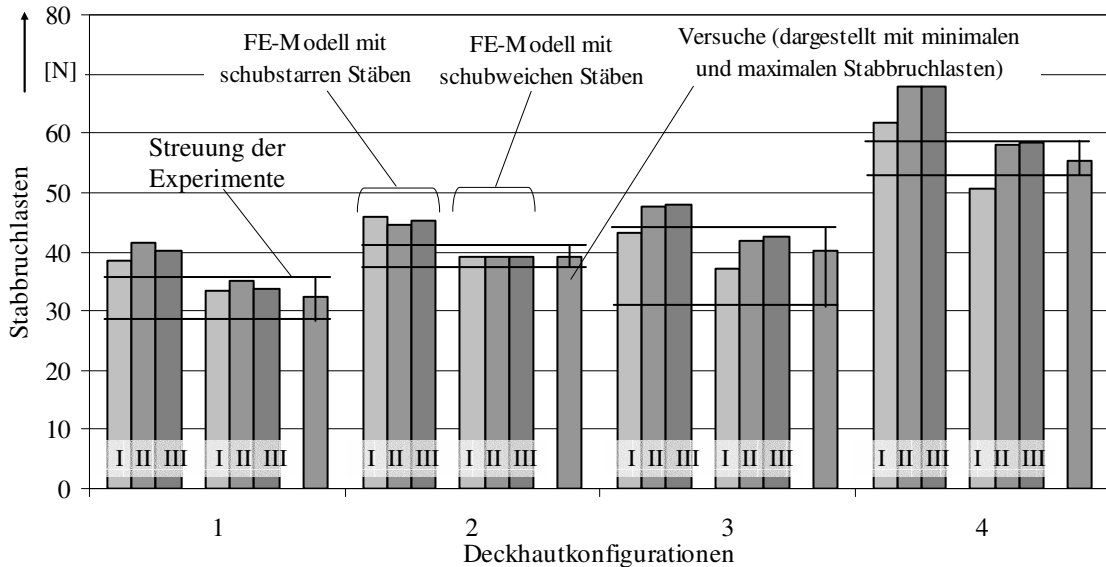


Bild 5-11: Stabbruchlasten der einzelnen Deckhautkonfigurationen mit idealisierten Waben

Wie die Darstellung der Ergebnisse zeigt, liegen bei den Berechnungsmodellen mit schubweichen Stäben und idealisierten Waben die Stabbruchlasten sehr nahe an den Stabbruchlasten aus den Experimenten. Mit schubstarrten Stäben hingegen werden bei allen Deckhautkonfigurationen die Stabbruchlasten überschätzt.

Der Einfluss der Waben auf die Bruchlasten der Deckhautkonfigurationen 1 und 2 ist relativ gering. Bei den Deckhautkonfigurationen 3 und 4 ergeben sich sogar höhere Festigkeiten. Eine mögliche Ursache hierfür liegt in der Anbindung der Deckhautstäbe an die Wabenstege. Während beim Modell ohne Waben nur die Verschiebung des Kontaktpunktes eines Stabes mit dem Wabenumriss in \tilde{z} -Richtung verhindert ist, werden bei Berücksichtigung der Waben und der Stabbreite mehrere Knoten eines Stabes mit den Knoten der Wabenstege gekoppelt (vgl. Bild 5-8). Dies hat unter Umständen eine stabilisierende Wirkung auf die Stäbe.

5.5 Einfluss der Abstände der Querstäbe auf die Stabbruchlast

Eine mögliche Variante die Tragfähigkeit einer gitterartigen Deckhaut zu erhöhen besteht in der Verkleinerung der Abstände der Querstäbe. Der Einfluss kleiner werdender Querstababstände g_q auf die Stabbruchlasten wird an einem FE-Modell untersucht, das eine Vielzahl von Querstäben berücksichtigt (Kenndaten: Tabelle C-4 des Modells II mit $g_q=4,5\text{mm}$ und $g_q=\text{variabel}$). Bild 5-12 zeigt eine Skizze des Berechnungsmodells bei dem die Abstände g_q im Bereich von $g_q = s/5$ bis $g_q = s$ variiert werden (s = Wabendurchmesser).

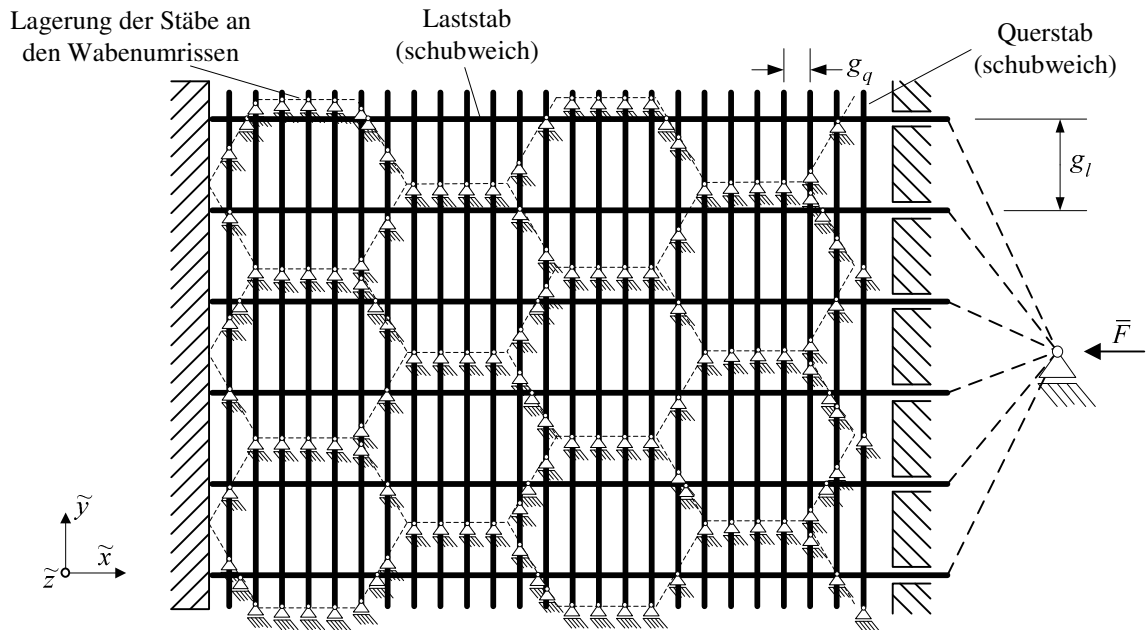


Bild 5-12: Modell zur Berechnung der Stabbruchlasten in Abhängigkeit der Abstände der Querstäbe

Bild 5-13 zeigt die Stabbruchlasten unter Berücksichtigung der beiden Wabenausrichtungen („L“ und „W“).

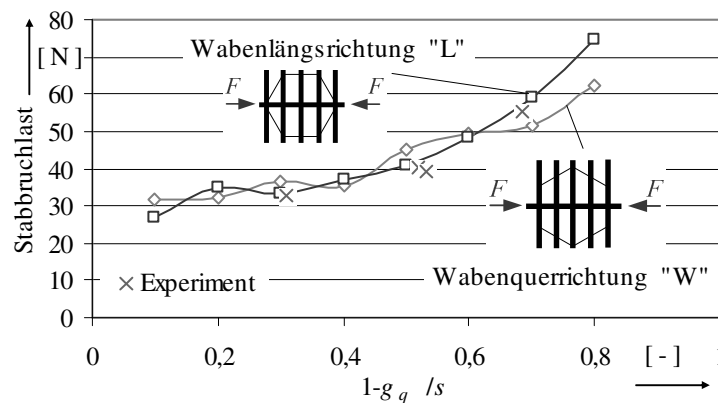


Bild 5-13: Einfluss der Abstände der Querstäbe auf die Stabbruchlasten

Der Bruch tritt bei unterschiedlichen Abständen g_q an verschiedenen Stellen im FE-Modell ein. Daher ergeben sich Unregelmäßigkeiten im Zusammenhang zwischen der Stabbruchlast und dem Abstand der Querstäbe. Dennoch ist deutlich die Tendenz sichtbar, dass die Stabbruchlast bei kleiner werdenden Abständen der Querstäbe zunimmt (vgl. Bild 4-37). Dies ist durch eine Vergrößerung der elastischen Bettung der Laststäbe begründet, die aus einer Verkleinerung der Abstände der Querstäbe resultiert. Die Wabenorientierung hat nur einen geringen Einfluss auf die Bruchlast (vgl. [87]). Weiterhin zeigt der Vergleich mit Versuchsergebnissen eine sehr gute Übereinstimmung.

5.6 Einfluss der Abstände der Laststäbe auf die Stabbruchlast

Eine weitere Möglichkeit zur Vergrößerung des Tragvermögens einer gitterartigen Sandwichdeckhaut besteht in der Verkleinerung der Abstände g_l der Laststäbe. Dieser

Einfluss auf das Tragvermögen wird an einem FE-Modell mit bis zu 5 Laststäben pro Wabenzelle untersucht (Bild 5-14).

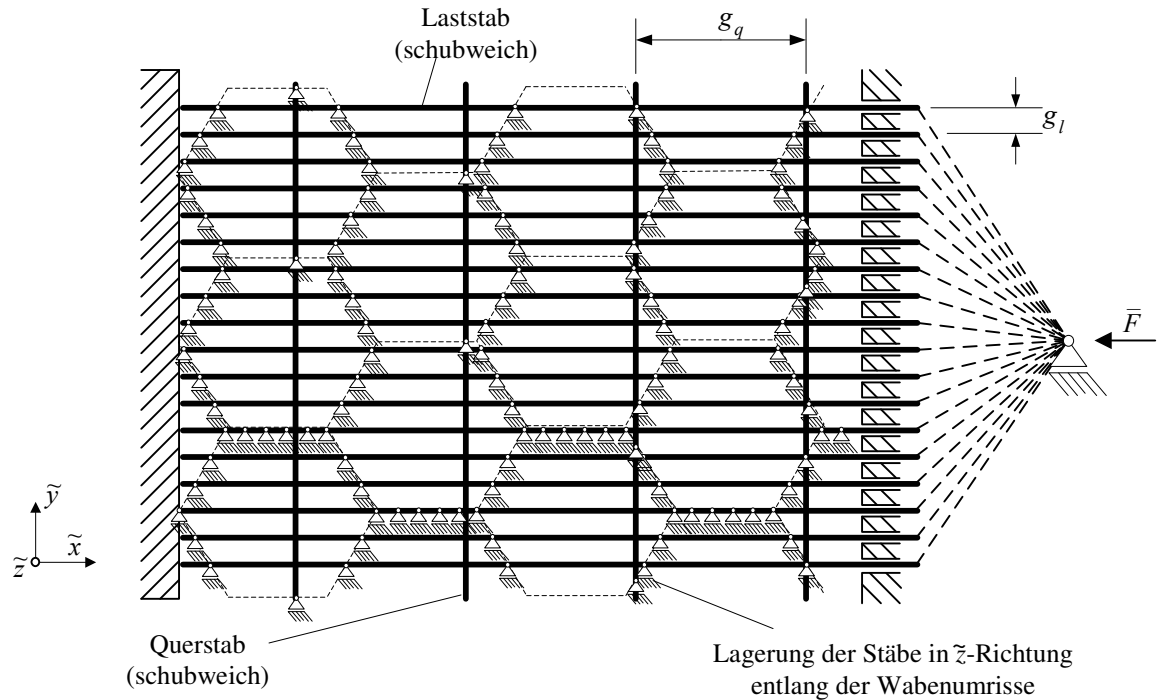


Bild 5-14: Modell zur Berechnung der Stabbruchlasten in Abhängigkeit der Abstände der Laststäbe

Die Stababstände werden im Bereich von $g_l = s/5$ bis $g_l = s$ variiert (Kenndaten: vgl. Tabelle C-4 des Modells II mit $g_l = \text{variabel}$ und $g_q = 4,5\text{mm}$). Es werden wiederum sowohl die „L“ als auch die „W“ Ausrichtung der Wabe berücksichtigt. Bild 5-15 zeigt die Deckhautbruchlasten n_x sowie die daraus resultierenden Stabbruchlasten F_{Stab} .

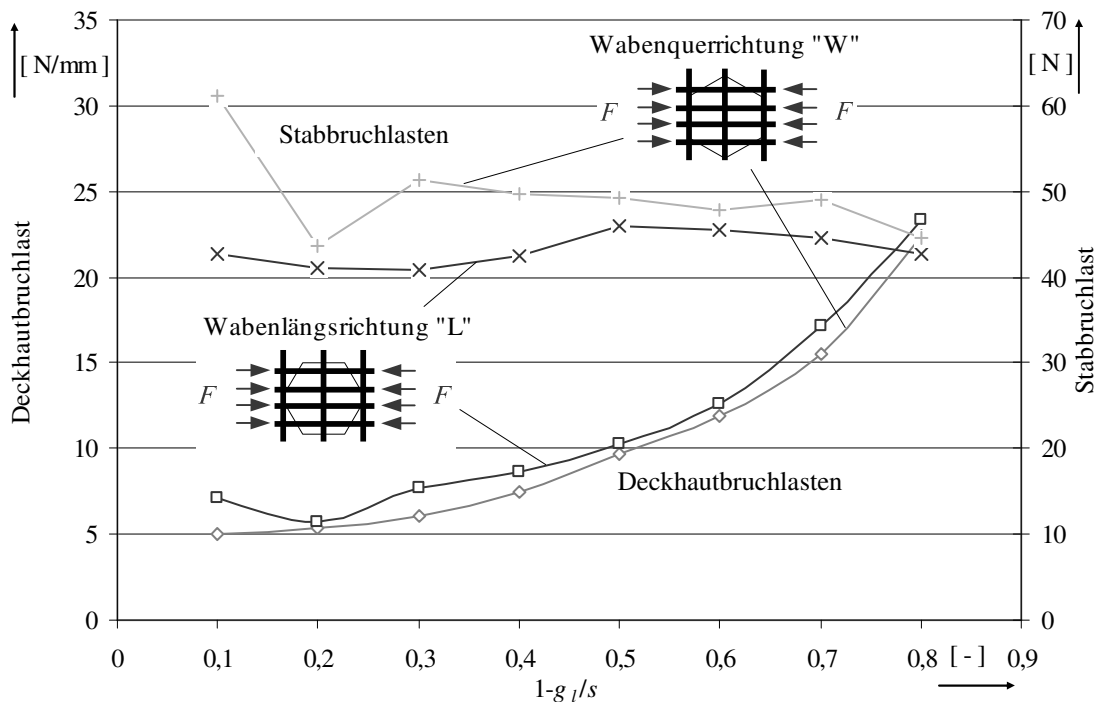


Bild 5-15: Einfluss der Abstände der Laststäbe auf die Deckhaut- und die Stabbruchlast

Wie die Darstellung zeigt, nimmt mit kleiner werdenden Abständen der lastübertragenden Stäbe die Bruchlast n_x der gesamten Deckhaut zu. Bei kleiner werdenden Abständen zwischen den Laststäben nehmen die Wechselwirkungen zu. Dies führt tendenziell zu einer Abnahme der mittleren Stabbruchlasten. Die Unregelmäßigkeiten in den Verläufen resultieren aus der Vielfalt an Stabkombinationen und der Tatsache, dass der Bruch immer an unterschiedlichen Stellen auftritt. Die Wabenausrichtung hat nur einen geringen Einfluss auf die Bruchlast.

5.7 Zweiaxiale Beanspruchung

Die zweiaxiale Beanspruchung wird am Beispiel der Deckhautkonfigurationen 1-2 und 4 untersucht (Tabelle D-1 und Tabelle D-3). Die FE-Modelle entsprechen im Wesentlichen denen aus dem Abschnitt 5.2. Für beide Deckhautkonfigurationen werden alle Stäbe als schubstarr angesehen. Da bei der zweiaxialen Belastung an allen Seiten Lasten angreifen, besitzen die Gitterabschnitte keine freien Ränder mehr (vgl. Abschnitt 5.2). Bild 5-16 zeigt die Ergebnisse für beide untersuchten Deckhautkonfigurationen. Die Stabbruchlasten F_i sind jeweils auf die Bruchlast $F_{i \max}$ bei einachsiger Beanspruchung pro Lastrichtung normiert.

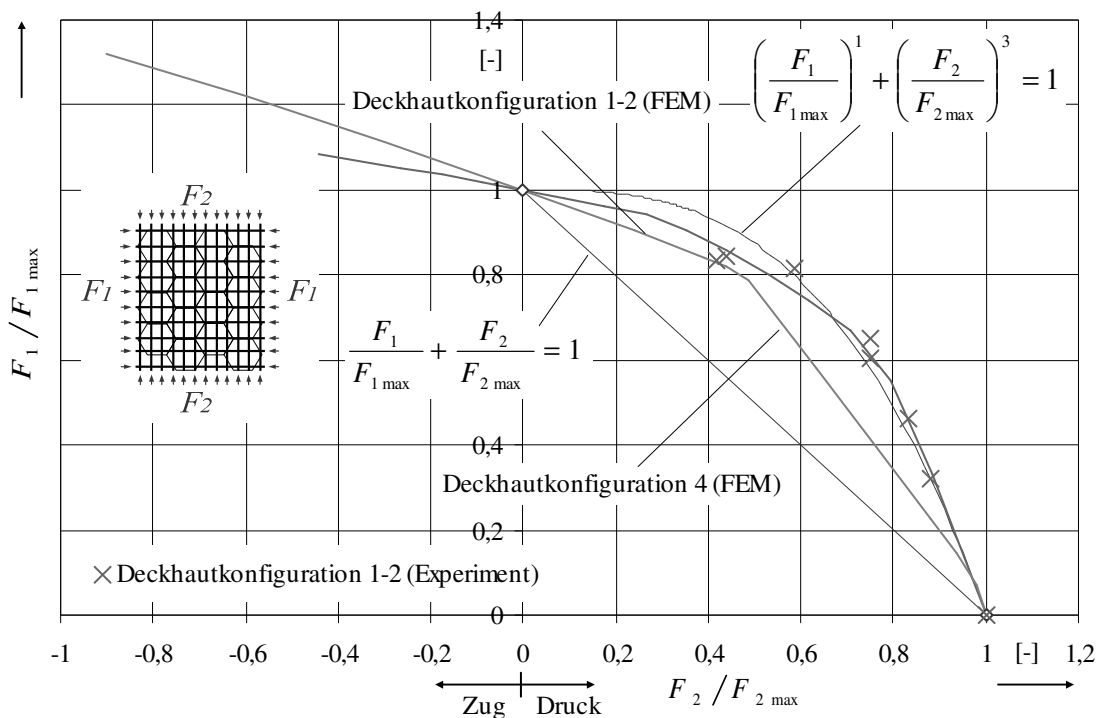


Bild 5-16: Interaktionen zwischen den Lasten einer zweiaxialen Beanspruchung

Die Ergebnisse zeigen eine deutliche nichtlineare Interaktion zwischen den Lasten in den beiden Stabrichtungen. Der Bruch tritt dabei in Abhängigkeit des Lastverhältnisses F/F_{\max} an unterschiedlichen Stellen ein, was zu einem Knick in den dargestellten Verläufen führt. Wirkt eine der beiden Kräfte in Zugrichtung, so wirkt diese stabilisierend. Dies ist in Bild 5-16 für F_2 dargestellt.

Ergänzend zu den theoretisch ermittelten Lastverhältnissen sind die Versuchsergebnisse aus Abschnitt 3.3 für die Deckhautkonfiguration 1-2 in Bild 5-16 eingetragen. Dabei zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch. Der auf dem Bild 5-16 dargestellte nichtlineare Zusammenhang wurde an die Versuchsergebnisse angepasst.

Da sich das Versagen an unterschiedlichen Gitterpositionen einstellt, ist die Definition eines Interaktionskriteriums nur bedingt bzw. näherungsweise möglich. Ein ähnliches Verhalten

konnte bereits auf Basis der analytischen Berechnungsmodelle festgestellt werden (vgl. Abschnitt 4.6). Als konservatives Kriterium erscheint daher ein linearer Zusammenhang sinnvoll, wenn auch bei genauer Kenntnis der Geometriegrößen sowie der Vorverformungen höhere Bruchlasten möglich sind.

5.8 Lastverteilung

Ergänzend zur Untersuchung der Lastverteilung an kleinen Deckhautausschnitten mit Hilfe analytischer Berechnungsmethoden (vgl. Abschnitt 4.7) wird mit den im Abschnitt 5.2 dargestellten FE-Modellen ebenfalls der Einfluss einer Fehlstelle auf die Lastverteilung untersucht. Die Fehlstelle wird durch einen gebrochenen lastübertragenden Stab ($EA=0$) dargestellt.

5.8.1 Bruch eines Stabes

Für das Berechnungsmodell der Deckhautkonfiguration 1 mit schubstarken Stäben (Tabelle D-1) wurde eine mittlere Stabbruchlast von 32,7N ermittelt. Bild 5-17 zeigt die Lastverteilung vor und nach dem Bruch bei gleicher Gesamtlast in der Deckhaut.

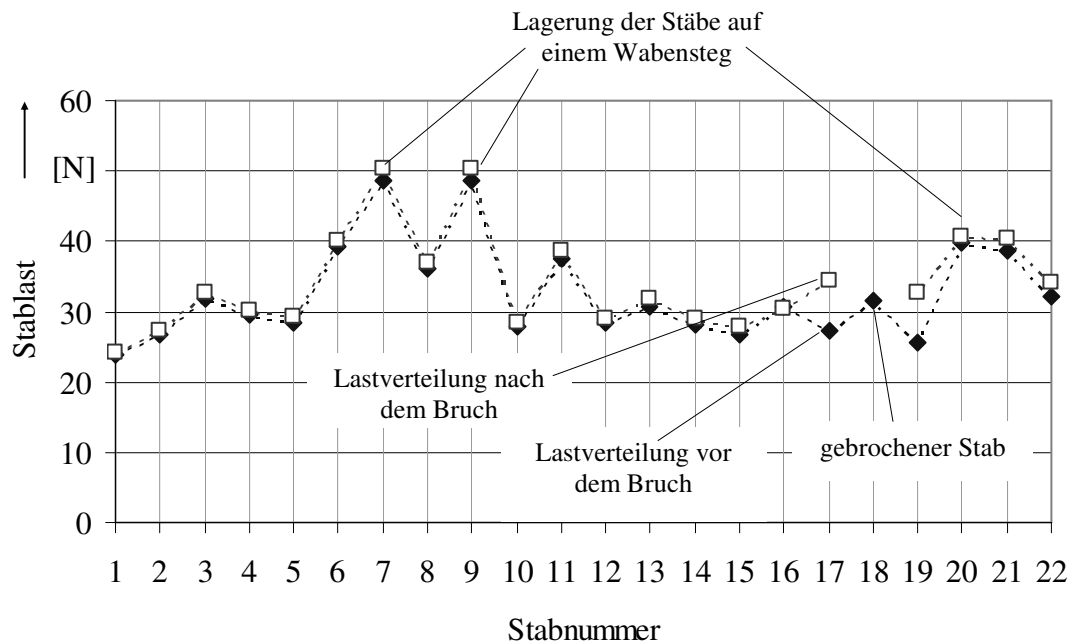


Bild 5-17: Lastverteilung infolge eines gebrochenen Stabes am Beispiel der Deckhautkonfiguration 1

Infolge des gebrochenen Stabes (Stabnummer 18) vergrößert sich die Stablast in den direkt benachbarten Stäben um ca. 27% (bezogen auf die Stablast vor dem Bruch). Für die restlichen Stäbe ergibt sich eine Lastzunahme von ca. 1 bis 3%. Bedingt durch die Stabanordnungen innerhalb der Wabenzellen (sowohl bei der realen Struktur als auch im FE-Modell) treten meist mehrere ähnlich vorverformte Stäbe nebeneinander auf (vgl. Bild 5-4). Diese reagieren entsprechend empfindlich auf eine Zunahme der Stablast. Infolge der deutlichen Lastzunahme in den benachbarten Stäben steigen die Spannungen an und liegen bei über 1500N/mm², was somit zum Versagen dieser Stäbe führt. Dies deckt sich mit Beobachtungen aus den experimentellen Untersuchungen zu dieser Deckhautkonfiguration (vgl. Bild 3-5).

Dieses Verhalten zeigt sich ebenfalls für die Deckhautkonfigurationen 2 und 4, die Ergebnisse dazu sind im Anhang D-4 gegeben. Unter Berücksichtigung aller untersuchten

Deckhautkonfigurationen konnte infolge eines gebrochenen Stabes eine Lastzunahme von ca. 30% in den direkt benachbarten Stäben ermittelt werden.

5.8.2 Vergleich zur analytischen Berechnungsmethode

Der Vergleich zur analytischen Berechnungsmethode aus Abschnitt 4.7 erfolgt am Beispiel eines gebrochenen Stabes ($EA=0$) der Deckhautkonfiguration 2. Hierzu wird das FE-Modell mit schubstarrten Stäben verwendet. Die mittlere Stabbruchlast beträgt 39,12N. Im Gegensatz zum Berechnungsmodell aus dem Abschnitt 4.7.3 werden für diesen Vergleich elf Übertragungsabschnitte betrachtet. Bei der Erweiterung des Gitterausschnittes von sechs (vgl. Bild 4-48) auf elf Übertragungsabschnitte werden keine weiteren neuen vorverformten Stäbe berücksichtigt. Stattdessen werden die bereits berücksichtigten Stäbe in gleicher Anordnung an das vorhandene Modell mit sechs Übertragungsabschnitten angefügt (vgl. Bild C-3 im Anhang).

Die Berechnung der Lastverteilung (Bild 5-18) erfolgt an der markierten Stelle (vgl. Bild 4-48 Schnitt AA).

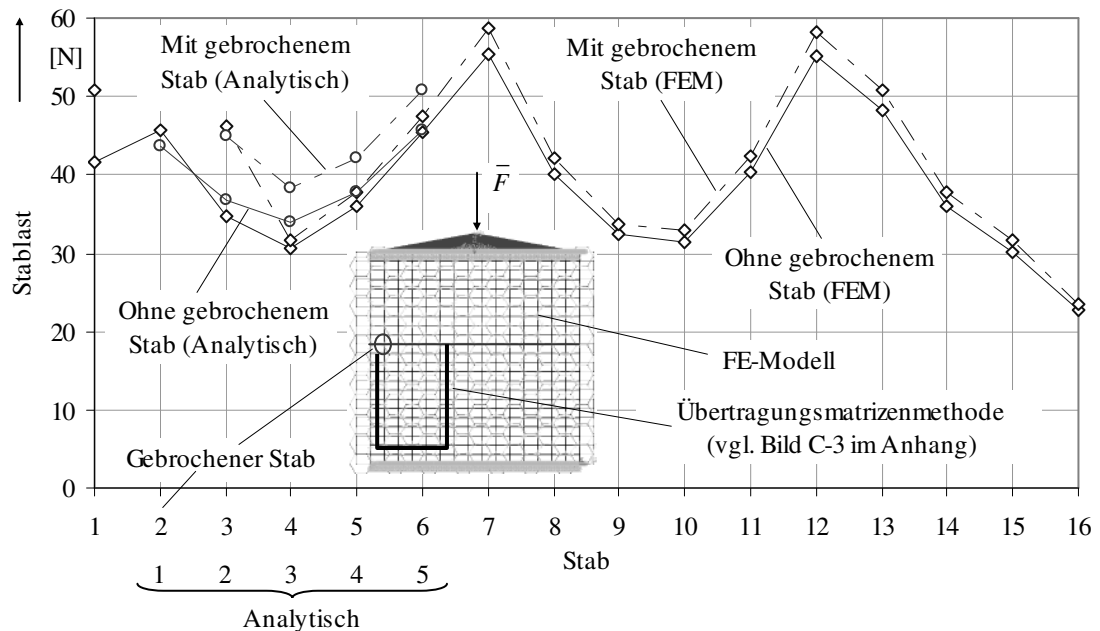


Bild 5-18: Lastverteilungen infolge eines gebrochenen Stabs am Beispiel der Deckhautkonfiguration 2

Bezüglich der Lastverteilung ohne Fehlstelle zeigt sich ein den vorherigen Untersuchungen ähnliches Bild. Die Stäbe sieben und zwölf kreuzen bedingt durch die Stabanordnung und Wabengeometrie die meisten Wabenstege (vgl. Bild D-6). Damit weisen diese Stäbe die kleinsten Vorverformungen auf und besitzen daraus resultierend die größten axialen Steifigkeiten, was hohe Stablasten zur Folge hat.

Infolge eines Bruches (bzw. einer Fehlstelle) des Stabes zwei kommt es zu einer deutlichen Lastzunahme im Stab drei. Beim FE-Modell liegt die Lastzunahme (bezogen auf das Berechnungsmodell ohne Fehlstelle) bei ca. 30%. Beim analytischen Berechnungsmodell, das nur fünf verschiedene Laststäbe und elf Übertragungsabschnitte berücksichtigt, liegt die Lastzunahme bei ca. 22%. Für die restlichen Stäbe stellt sich eine weitgehend gleichmäßige Lastzunahme ein.

Die Gegenüberstellung zeigt, dass das analytische Berechnungsmodell mit vergleichsweise wenig Stäben das Verhalten soweit gut beschreibt.

6 Hinweise zur Dimensionierung

Dem Konstrukteur von Sandwichstrukturen mit geschlossenen druckbeanspruchten Deckhäuten stehen eine Reihe von Verfahren und Vorgehensweisen zur Dimensionierung zur Verfügung. Wie die Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit zeigen, lassen sich die verschiedenen Dimensionierungsregeln die auf Stabilitätsbetrachtungen basieren, nur bedingt zur Dimensionierung von Strukturen mit offenen Sandwichdeckhäuten anwenden. Dimensionierungsregeln, die das Spannungsproblem der imperfekten (vorverformten) Stäbe der offenen Deckhäute zum Gegenstand haben, zeigen dagegen eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch.

6.1 Zusammenfassung der Berechnungsmethoden

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die druckbeanspruchten Deckhäute von Sandwichplatten unter dem Gesichtspunkt des Stabilitäts- und Spannungsproblems (Druckbiegung) analysiert.

Stabilitätskritische Versagenslasten (vgl. Abschnitte 4.2)

Die Festigkeiten resultierend aus Stabilitätsbetrachtungen wie auch aus der reinen Werkstofffestigkeit (unter Zug- und Druckbeanspruchung) stellen eine obere Grenze der Belastbarkeit von Sandwichstrukturen dar und sind immer zu betrachten. Die folgenden Stabilitätsphänomene wurden im Rahmen dieser Arbeit untersucht.

Stabknicken (vgl. Abschnitt 4.2.1)

Beim Stabknicken wird angenommen, dass ein einzelner Stab der gitterartigen Sandwichdeckhaut bei Erreichen der stabilitätskritischen Last innerhalb einer Wabenzelle knickt. Die maximale Stablänge ist durch die Wabenzellen begrenzt. Zwischen den Wabenstegen werden die Laststäbe von Querstäben gekreuzt, die eine elastische Bettung bewirken und die Stabbruchlast erhöhen.

Deckhautknittern (vgl. Abschnitt 4.2.2)

Der Berechnung der stabilitätskritischen Last dieser Versagensform liegt eine auf den Wabenstegen elastisch gebettete Deckhaut zu Grunde. Zur Berechnung der Versagenslast werden aus den Gitter- und Querschnittskennwerten fiktive „geschlossene“ Deckhäute idealisiert, womit die in der Literatur beschriebenen Zusammenhänge genutzt werden können.

Interzelluläres Beulen (vgl. Abschnitt 4.2.3)

Bei der Versagensform des interzellulären Beulens kommt es zu einem „Plattenbeulen“ der Deckhaut innerhalb der Wabenzelle. Vergleichbar zum Deckhautknittern wird aus den Gitter- und Querschnittskennwerten der Stäbe eine fiktive „geschlossene“ Deckhaut idealisiert und die Versagenslast mit den entsprechenden Zusammenhängen berechnet.

Bruchlasten unter dem Gesichtspunkt des Spannungsproblems

Aus dem Fertigungsprozess zur Herstellung offener Sandwichdeckhäute resultieren Gitterstäbe, die Vorverformungen aufweisen. Bei vorverformten Stäben kommt es infolge einer axialen Druckbeanspruchung zu einer Biegeverformung (Druckbiegung). Mit zunehmender Drucklast nehmen die Biegeverformung und somit auch die Biegespannungen im Stab zu. Bei Überschreiten der Bruchspannung des Werkstoffes tritt das Versagen des Stabes ein. Dies hat in der Regel das Versagen weiterer Stäbe zur Folge und führt so zum Gesamtversagen der Struktur. Zur Abschätzung der Versagenslasten werden neben den

Abmessungen der Stäbe und den Materialsteifigkeiten auch der Verlauf sowie die Größe der Vorverformungen und die Bruchspannungen benötigt.

Druckbiegung: Einzelstab (vgl. Abschnitt 4.3.1)

In diesem Fall wird ein einzelner druckbeanspruchter vorverformter Stab mit Hilfe von analytischen Berechnungsmethoden analysiert. Dabei werden möglichst reale Lagerbedingungen, wie beispielsweise Drehfedern sowie elastische Bettungen durch Querstäbe, berücksichtigt. Als Bruchkriterium wird neben den Spannungen im eigentlichen Druckstab auch die Spannung in den als Federn wirkenden Querstäben herangezogen.

Druckbiegung: Gitterausschnitt mit vielen Wabenzellen (vgl. Kapitel 5)

Während sich mit analytischen Berechnungsmethoden nur wenige Laststäbe betrachten lassen, können mit Hilfe der FEM Gitterausschnitte mit einer Vielzahl an Stäben und Wabenzellen betrachtet werden. Die Vorverformungen der Stäbe werden hierbei mit Hilfe einer auf die Stäbe wirkenden Streckenlast erzeugt und an die größte gemessene Vorverformung jeder Deckhautkonfiguration angepasst. Auf diese Weise werden viele unterschiedliche Stabanordnungen mit jeweils unterschiedlichen Vorverformungen hinsichtlich der Belastbarkeit analysiert (vgl. Abschnitt 5.3). Weiterhin erlaubt es die FEM, die Waben zu modellieren und damit deren Einfluss auf die Bruchlast zu untersuchen (vgl. Abschnitte 5.4.3).

Allen Analysen werden gemittelte Querschnittsabmessungen der Stäbe sowie mittlere Gitterkenngrößen zu Grunde gelegt (Tabelle E-1). In Bild 6-1 sind die Ergebnisse aller im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Analysen den experimentell ermittelten Stabbruchlasten (jeweils mit minimalen und maximalen Stabbruchlasten) gegenübergestellt.

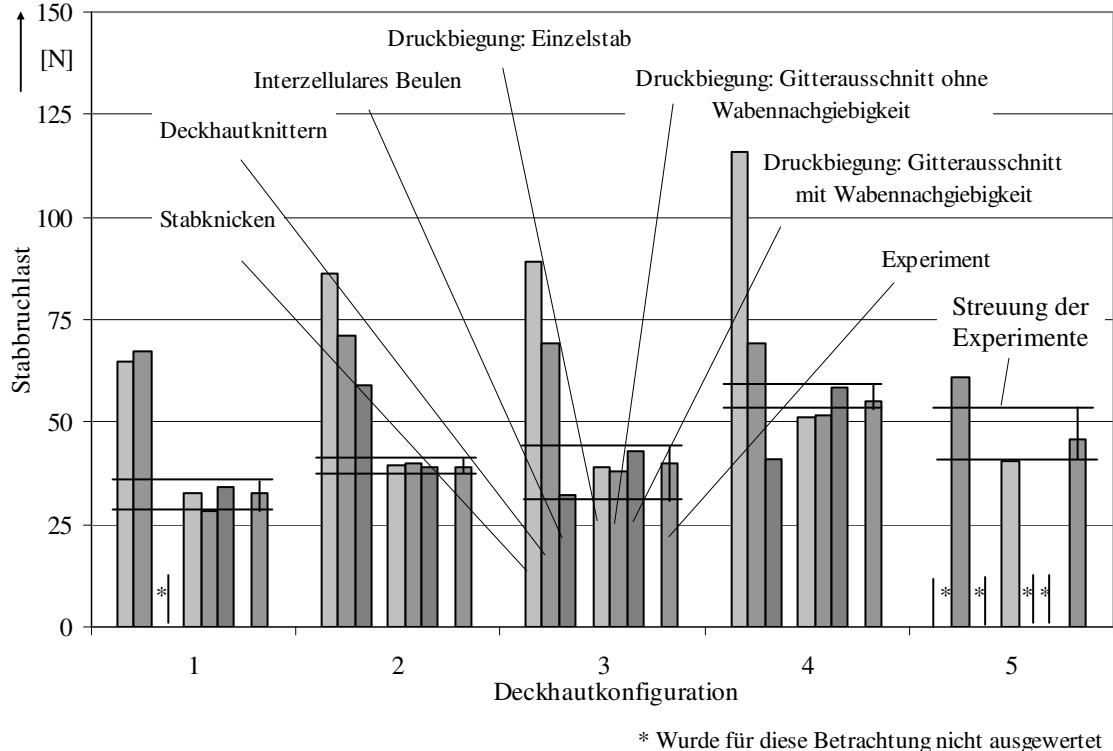


Bild 6-1: Übersicht der Stabbruchlasten die auf Basis der verschiedenen Berechnungsmethoden ermittelt wurden

Die ersten drei Balken beschreiben die Stabbruchlasten basierend auf Stabilitätsbetrachtungen. Unter Annahme des Stabknickens sowie des Deckhautknitterns (vgl. Abschnitt 4.2.2) wird das Tragvermögen deutlich überschätzt. Nur die Stabbruchlasten resultierend aus

der Versagensform „interzelluläres Beulen“ (vgl. Abschnitt 4.2.3) liegen in einer den experimentell ermittelten Stabbruchlasten ähnlichen Größenordnung.

Berechnungsmethoden, die vorverformte Stäbe berücksichtigen, eignen sich im Vergleich zu den Stabilitätsbetrachtungen deutlich besser zur Abschätzung des Tragvermögens der Deckhaut. Werden gemittelte Querschnitts- und Gitterkenngrößen zu Grunde gelegt, eignen sich sowohl die analytischen als auch die numerischen Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Bruchlasten eines Einzelstabes sowie eines Gitterausschnittes. Unter Berücksichtigung der der experimentell ermittelten Stabbruchlasten (jeweils mit minimalen und maximalen Werten) zeigen sich in diesen Fällen gute Übereinstimmungen zu den theoretisch bestimmten Werten. Auffällig ist, dass bei den FE-Modellen durch die modellierte Wabe die Stabbruchlasten teilweise zunehmen. Bei diesen Modellen wird die Stabbreite berücksichtigt. Aufgrund der Wabengeometrie verringert sich die freie Stablänge, was eine stabilisierende Wirkung zur Folge hat.

6.2 Hinweise zur Berechnung

Eine wesentliche Größe bei der Gestaltung von offenen Sandwichdeckhäuten ist die maximale Beanspruchbarkeit der Deckhaut, dies gilt insbesondere bei Druck- und Biegebelastungen. Im Rahmen dieser Arbeit haben sich einige der im vorherigen Abschnitt dargestellten Berechnungsmethoden als geeignet erwiesen, um die Bruchlasten der Sandwichdeckhäute abzuschätzen. Auf diesen Berechnungsmethoden basierend konnten weiterhin die Einflüsse der Stababstände und einer zweiachsigen Beanspruchung auf die Bruchlast sowie die Lastumverteilung infolge eines gebrochenen Stabes dargestellt werden.

Bruchlasten bei einachsiger Beanspruchung

Basierend auf den in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen zur einachsigen Beanspruchung haben sich drei Berechnungsmethoden als geeignet erwiesen die Bruchlast einer offenen Sandwichdeckhaut abzuschätzen.

Interzelluläres Beulen

Sind die Abstände der Stäbe relativ klein ($g < s/2$), ist anzunehmen, dass die lokalen Biegeverformungen der Stäbe infolge einer Druckbeanspruchung innerhalb der Wabenzellen auftreten. Für eine erste Abschätzung der Stabbruchlast kann in diesem Fall das interzelluläre Beulen angenommen werden.

$$F_{krit} = k \sqrt{\frac{E_k \cdot g_l}{t_k} E_d \cdot g_l \cdot \bar{t}_d^3} \quad (6.1)$$

Die hierfür benötigte „verschmierte“ Dicke der Deckhaut

$$\bar{t}_d = \sqrt[3]{\frac{3}{16} \frac{\pi \cdot h^3 \cdot b}{g_l}} \quad (6.2)$$

ist unter Annahme eines elliptischen Stabquerschnittes aus den gemittelten Querschnitts- und Gitterkenngrößen zu bestimmen. Aus den experimentell ermittelten Ergebnissen konnte mit Gleichung (4.17) ein Beulfaktor k von etwa 1,3 bis 2,7 ermittelt werden.

Druckbiegung: Einzelstab

Für eine detaillierte Berechnung der Stabbruchlasten sind vorverformte Stäbe unter axialer Drucklast zu analysieren. Die Untersuchungen in dieser Arbeit haben gezeigt, dass die Differenzialgleichung des vorverformten Druckstabes gut dazu geeignet ist.

$$EIw''''(x) + Fw''(x) = -Fw_0''(x) \quad (6.3)$$

$$w(x) = K_1 + K_2 \cdot \left(\frac{x}{l}\right) + K_3 \cdot \cos\left(\bar{\mu} \frac{x}{l}\right) + K_4 \cdot \sin\left(\bar{\mu} \frac{x}{l}\right) + \frac{e}{2} \frac{\bar{\mu}^2}{\bar{\mu}^2 - 4\pi^2} \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{l}\right) \quad (6.4)$$

$$\bar{\mu} = \sqrt{\frac{Fl^2}{EI}} \quad (6.5)$$

Die aus dem Fertigungsprozess resultierenden Vorverformungen lassen sich näherungsweise mit einem kosinusförmigen Verlauf mathematisch beschreiben.

$$w_0\left(\frac{x}{l}\right) = \frac{e}{2} \left(1 - \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{x}{l}\right)\right) \quad (6.6)$$

Sofern keine weiteren Informationen zur Größe der Vorverformungen gegeben sind, kann angenommen werden, dass diese in etwa der Stabhöhe ($e \approx h$) entsprechen.

Die Stablängen ergeben sich aus den Abständen der Stäbe zueinander sowie der Größe der Wabenzelle. Bei kleinen Abständen der Querstäbe ($g_q < s/2$) kann angenommen werden, dass sich die Vorverformungen und damit auch die Biegeverformungen über die gesamte Wabenzelle erstrecken (vgl. Bild 4-6). In diesem Fall ist für den Laststab (mit drehstarrten Lagern an den Enden) eine Bettung auf Linearfedern infolge der schubweichen Querstäbe zu berücksichtigen. Sind die Stababstände relativ groß, sind auch Vorverformungen zwischen zwei quer verlaufenden Stäben zu erwarten (vgl. Bild 4-5). In diesem Fall ist der Laststab nur an den Stabenden drehelastisch gelagert. Für die Ermittlung der Querschnittskenngrößen der Stäbe sollte von elliptischen Querschnitten ausgegangen werden. Versagen tritt ein, wenn in einem der Stäbe die Bruchspannung erreicht wird.

Druckbiegung: Gitterausschnitt mit vielen Wabenzellen

Während sich mit der zuvor genannten analytischen Berechnungsmethode nur einzelne Stäbe berücksichtigen lassen, werden mit der FEM Gitterausschnitte mit vielen Stäben und Wabenzellen berücksichtigt (Kapitel 5). Dabei weisen die Gitterstäbe im FE-Modell Vorverformungen auf. Die Vorverformungen lassen sich beispielsweise durch Streckenlasten auf den Gitterstäben erzeugen. Sofern die maximale Größe der Vorverformungen nicht bekannt ist, sollte diese in Größe der Stabhöhe gewählt werden. Die Stäbe mit elliptischen Querschnitten sind als schubweich anzusehen. Die Berechnung der Spannungen ist geometrisch nichtlinear durchzuführen. Versagen tritt ein, wenn in einem der Stäbe die Bruchspannung erreicht wird.

Einfluss der Stababstände auf die Deckhautlast

Mit kleiner werdenden Abständen der Stäbe nimmt die Bruchlast der Deckhaut zu. Dies lässt sich mit den zuvor vorgestellten Berechnungsmethoden unter Berücksichtigung vorverformter Druckstäbe darstellen.

Abstände der Querstäbe (vgl. Abschnitt 5.5)

Eine Verringerung der Abstände der Querstäbe bewirkt eine Vergrößerung der elastischen Bettung der Laststäbe. Dies führt zu einer Zunahme der Stabbruchlasten und der damit verbundenen Bruchlast der Deckhaut (vgl. Bild 5-13).

Abstände der Laststäbe (vgl. Abschnitt 5.6)

Einen direkten und deutlich größeren Einfluss auf die Zunahme der Bruchlast der Deckhaut haben die Abstände der Laststäbe. Die Stabbruchlasten nehmen jedoch

aufgrund zunehmender Wechselwirkungen zu den benachbarten Laststäben tendenziell ab (vgl. Bild 5-15).

Einfluss einer zweiachsigen Beanspruchung auf die Stabbruchlast

Wie auch Platten eignen sich die Sandwichdeckhäute mit orthogonal angeordneten Gitterstäben für zweiachsige Beanspruchungen. Die experimentellen Untersuchungen zeigen dabei ein deutlich ausgeprägtes nichtlineares Verhalten der Interaktion zwischen den Beanspruchungen in den beiden Stabrichtungen. Wie die theoretischen Untersuchungen deutlich machen, hängt die Interaktion sehr stark von den Stabanordnungen und den Vorverformungen ab (vgl. Bild 5-16). Da im Voraus üblicherweise nur wenige Informationen zur Verfügung stehen, sollte in diesem Fall der konservative lineare Zusammenhang zu Grunde gelegt werden. Stehen genauere Informationen zur gitterartigen Deckhaut zur Verfügung, sollten nichtlineare Zusammenhänge genutzt werden.

Lastumlagerung infolge eines gebrochenen Stabes

Infolge eines Stabbruchs kommt es zu einer Umlagerung der Last des betroffenen Stabes auf die benachbarten Laststäbe. Die benachbarten Stäbe weisen oftmals Vorverformungen einer ähnlichen Größenordnung auf. Bei den untersuchten Deckhautkonfigurationen konnten Lastzunahmen von bis zu 30% ermittelt werden, was üblicherweise das Versagen der gesamten Deckhaut nach sich zieht.

Die Lastumlagerung lässt sich beispielsweise mit der Theorie der Übertragungsmatrizen für eine Mehrgurtscheibe analytisch berechnen (vgl. Abschnitt 4.7.1). Alternativ können auch die zuvor genannten FE-Modelle von Gitterausschnitten genutzt werden.

Schubbeanspruchung

Ähnlich den geschlossenen Sandwichdeckhäuten sind auch die offenen Deckhäute unter gewissen Voraussetzungen zur Übertragung von Schubkräften in der Ebene geeignet. Die beiden in Bild 6-2 dargestellten Gitterausrichtungen führen zu Stabbeanspruchungen die im Rahmen dieser Arbeit behandelt wurden.

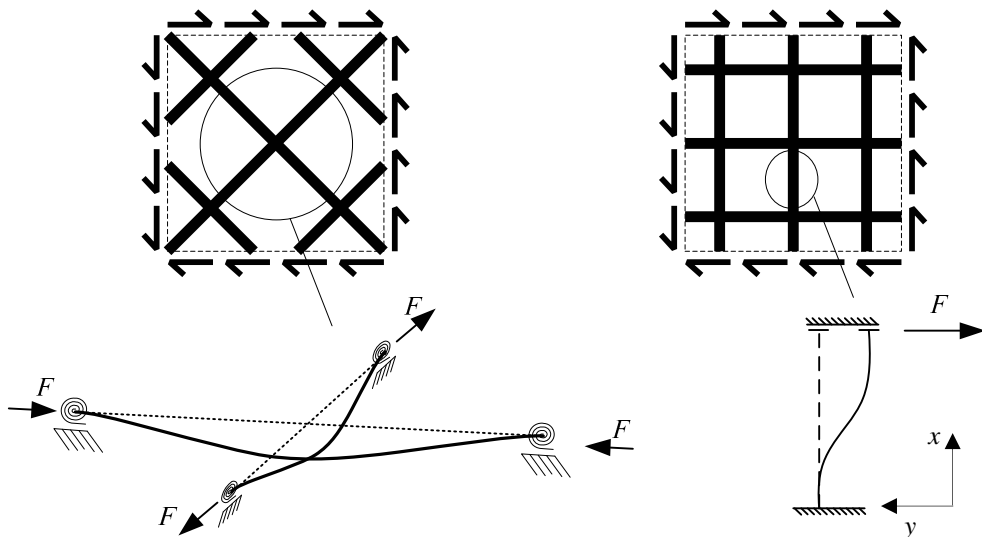


Bild 6-2: Schubbeanspruchung einer gitterartigen Sandwichdeckhaut

Sind die Stäbe unter einem Winkel von $\pm 45^\circ$ angeordnet, werden diese auf Zug und Druck beansprucht (vgl. Bild 4-38 und Anhang B-3) und können wie bereits im Abschnitt 4.6.1 beschrieben berechnet werden. Bei einer Stabanordnung der Stäbe von 0° und 90° werden diese auf Querkraft beansprucht (vgl. Bild 4-46). Infolge der Querkraft tritt eine Biegebeanspruchung um die z -Achse sowie eine Schubbeanspruchung in der xy -Ebene auf. Diese typischen Balkenbeanspruchungen sind beispielsweise nach [76], [79] und [83] zu berechnen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

Die Sandwichbauweise stellt eine klassische Methode des Leichtbaus zur Konstruktion sehr leichter und fester Strukturen mit hohen Biegesteifigkeiten dar. Die Deckhäute bestehen dabei üblicherweise aus dünnen und durchgehend geschlossenen Metall- oder Faserkunststoffverbundschichten. Als Kernwerkstoffe kommen üblicherweise Schäume oder Wabenstrukturen zum Einsatz.

Muss das Gewicht der ohnehin schon sehr leichten Sandwichstrukturen weiter gesenkt werden, sind die geschlossenen Deckhäute durch „offene“ Deckhäute zu ersetzen. In diesem Fall besteht eine Deckhaut nur noch aus einem durch einzelne Faserstränge gebildeten Gitter.

Bei der Auslegung von Sandwichstrukturen sind verschiedene Versagensmodi zu unterscheiden. Während es im Falle einer Zugbeanspruchung zu einem Zugversagen der Deckhäute kommt, tritt bei einer Druck- oder Biegebeanspruchung meist ein Instabilitätsversagen (Deckhautknittern) der druckbelasteten Deckhaut auf. Die damit verbundenen Festigkeiten liegen in der Regel deutlich unter der Druckfestigkeit des Deckhautwerkstoffes.

Zur klassischen Sandwichbauweise mit geschlossenen Deckhäuten ist der für eine zuverlässige Auslegung erforderliche Wissensstand vorhanden. Dies trifft auf die Sandwichbauweise mit offenen Deckhäuten nicht zu. Wie vorausgegangene Untersuchungen zeigen, unterscheidet sich das Versagensverhalten derartiger Sandwichplatten von solchen mit geschlossenen Deckhäuten, daher lassen sich die klassischen Dimensionierungsmethoden für Sandwichbauweisen mit offenen Deckhäuten nicht anwenden.

In umfangreichen experimentellen Untersuchungen, die Druckversuche, hauptsächlich aber Biegeversuche umfassen, wird zunächst das Bruchverhalten dieser offenen Deckhäute untersucht und phänomenologisch beschrieben.

Es werden fünf unterschiedliche Deckhautkonfigurationen betrachtet, die sich im Wesentlichen in den Abständen der Stäbe quer zur Lastrichtung unterscheiden. Für alle untersuchten Konfigurationen zeigt sich, dass die Sandwichdeckhäute bei Druckbeanspruchung deutlich vor Erreichen der Festigkeitsgrenze des Materials versagen. Mit Hilfe von Hochgeschwindigkeitskameras konnte als Versagensursache ein Ausbiegen einzelner lastübertragender Stäbe zwischen den Wabenstegen ermittelt werden. Diese Biegeverformungen der Stäbe treten bereits bei kleinen Deckhautlasten auf und nehmen mit größer werdender Drucklast stetig zu (Druckbiegung). Neben den konventionellen Biegeversuchen wurden auch zweiachsige Biegeversuche durchgeführt. Hier zeigt sich eine nichtlineare Interaktion zwischen den Beanspruchungen in den beiden Stabrichtungen. Auch bei diesen Probekörpern konnten deutliche Biegeverformungen der Laststäbe bei zunehmender Deckhautlast festgestellt werden. Sowohl bei der einachsigen als auch bei der zweiachsigen Beanspruchung sind die Biegeverformungen der Stäbe auf die Größe einzelner Wabenzellen begrenzt. Wie Schliffbilder zeigen, weisen die Gitterstäbe im lastfreien Zustand Vorverformungen auf die auf die Größe der Wabenzellen begrenzt sind.

Die Stabilitätsbetrachtung der Stäbe liefert Knicklasten, die meist deutlich über den experimentell ermittelten Stabbruchlasten liegen. Während bei der Annahme des Deckhautknitterns die theoretischen Bruchlasten ebenfalls deutlich über den experimentell ermittelten Bruchlasten liegen, zeigen sich für das interzelluläre Beulen bessere Übereinstimmungen.

Da die stabilitätskritischen Versagenslasten erheblich über den experimentell ermittelten Bruchlasten liegen und Videoaufnahmen eine deutliche Biegung der einzelnen Druckstäbe

zeigen, werden die wesentlichen Betrachtungen für axial beanspruchte Druckstäbe mit Vorverformungen durchgeführt. Dabei zeigen sich gute Übereinstimmungen zwischen dem experimentell und theoretisch ermittelten Last-Verformungsverhalten der Laststäbe. Mit Hilfe der analytischen Berechnungsmodelle wird weiterhin der Einfluss der Abstände der Querstäbe auf die Stabbruchlasten untersucht. Auch hier zeigen sich gute Übereinstimmungen mit den experimentell ermittelten Stabbruchlasten.

Die zweiachsige Beanspruchung der Deckhaut wird mit analytischen Berechnungsmodellen, bestehend aus mehreren Stäben in einzelnen Wabenzellen, untersucht. Es werden für unterschiedliche Stabanordnungen in einer Wabenzelle die Interaktionen zwischen den Lasten in den jeweiligen Richtungen analysiert. Es zeigt sich eine deutliche nichtlineare Interaktion zwischen den Beanspruchungen, die die experimentellen Untersuchungen gut wieder gibt.

Infolge der Vorverformungen, diese sind für die einzelnen Stäbe meist unterschiedlich, weisen die Stäbe unterschiedliche axiale Steifigkeiten auf. Mit der „Übertragungsmatrix der Mehrgurtscheibe“ wird die Lastverteilung infolge der unterschiedlichen axialen Steifigkeiten der Laststäbe berechnet. Wie die Ergebnisse zeigen, verteilt sich die Last in Abhängigkeit der Vorverformungen ungleichmäßig auf die einzelnen Stäbe. Weiterhin zeigen die Untersuchungen ausgeprägte Lastzunahmen in den direkt benachbarten Stäben eines gebrochenen Laststabes. Bei der untersuchten Gitterkonfiguration führt dieser Lastanstieg zum Versagen weiterer Laststäbe.

Mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode werden Gitterausschnitte, bestehend aus einer Vielzahl an Stäben und Wabenzellen, untersucht. Die einzelnen Gitterstäbe werden mit Balkenelementen idealisiert. Untersuchungen zum Stabilitätsverhalten liefern ebenfalls Stabknicklasten, die über den Stabbruchlasten aus den Experimenten liegen. Für eine Betrachtung unter dem Gesichtspunkt des Spannungsproblems (geometrisch nichtlineare Berechnung) werden die auf den Waben gelagerten Gitterstäbe mit Vorverformungen modelliert. Die auf diese Weise idealisierten Deckschichten liefern Stabbruchlasten, die gut mit den experimentell ermittelten Werten übereinstimmen.

Die zweiachsige Beanspruchung wird an zwei Deckhautkonfigurationen untersucht. Die aus den Stabbruchlasten ermittelte nichtlineare Interaktion zwischen den Beanspruchungen in beide Stabrichtungen zeigt gute Übereinstimmungen zu den experimentell und mit analytischen Methoden durchgeführten Untersuchungen.

Weitere Untersuchungen mit Hilfe von FE-Modellen befassen sich mit der Lastverteilung infolge gebrochener Stäbe sowie beliebiger Fehlstellen. Das Verhalten der Lastverteilung und der Lastumlagerung, das bereits mit Hilfe analytischer Berechnungsmethoden ermittelt wurde, bestätigt sich.

Der Vergleich aller durchgeführten Untersuchungen zeigt, dass die klassischen Methoden zur Dimensionierung von geschlossenen Sandwichdeckhäuten, mit Ausnahme des interzellularen Beulens, nicht für eine Abschätzung der Bruchlasten geeignet sind. Gleiches gilt weiterhin für Stabilitätsbetrachtungen einzelner Stäbe. Werden hingegen vorverformte Stäbe berücksichtigt, lassen sich die Bruchlasten gut abgeschätzen. Basierend auf den durchgeführten Untersuchungen werden Hinweise angegeben, die dem Konstrukteur als Hilfestellung bei der Dimensionierung von gitterartigen Sandwichdeckhäuten dienen sollen.

Ausblick

Im Rahmen der hier behandelten Themen haben sich immer wieder Fragestellung und Anregungen für weitere Untersuchungen ergeben, die in dieser Arbeit nicht mehr betrachtet werden konnten. Im Folgenden ist daher ein kurzer Ausblick gegeben, der als Motivation und Anregung für weiterführende Arbeiten dienen soll.

- Zur lokalen Einleitung von Lasten in Sandwichstrukturen mit offenen Deckhäuten sind diese an den entsprechenden Stellen mit gitterartigen Dopplern zu verstärken. In weiterführenden Untersuchungen wäre die Gültigkeit der in dieser Arbeit dargestellten Berechnungsmethoden für die mit Dopplern verstärkten Bereiche zu untersuchen.
- Die Untersuchungen zur Lastverteilung zeigen, dass infolge eines gebrochenen Stabes die Lastumverteilung auf die benachbarten Stäbe in der Regel zum Bruch weiterer Stäbe führt. Während in dieser Arbeit die Lastverteilung infolge eines durch die Deckhautbeanspruchung gebrochenen Stabes analysiert wurde, sollten weitere Untersuchungen den generellen Einfluss von Fehlstellen auf die Tragfähigkeit zum Gegenstand haben. Dies bezieht sich insbesondere auf Fehlstellen, die im Fertigungsprozess entstehen können und damit einen Einfluss auf die Beurteilung der Qualität des Bauteils haben.
- Die Vorverformungen wurden im Rahmen dieser Arbeit als gegeben angenommen. Von Interesse wäre daher eine Analyse des Fertigungsprozesses hinsichtlich der Entstehung der Vorverformungen. Ebenso wären Untersuchungen zum Einfluss der Prozessparameter auf die Vorverformungen und die daraus resultierenden Bruchlasten der Deckhäute interessant.
- Die FE-Berechnungen in dieser Arbeit wurden an aufwändig aus Balkenelementen idealisierten gitterartigen Modellen durchgeführt. Eine Alternative zur Verringerung des Modellierungsaufwandes ist die Idealisierung von Sandwichdeckhäuten mit Plattenelementen. Für diese wären nichtlineare Werkstoffgesetze abzuleiten, die das Last-Verformungs-Verhalten aufgrund der Vorverformungen berücksichtigen und somit eine Substitution von vielen Balkenelementen durch ein Plattenelement erlauben.
- Die experimentellen Untersuchungen sollten für weitere Deckhautkonfigurationen durchgeführt werden. Dies betrifft neben der einachsigen vor allem auch die zweiachsige Beanspruchung. Auch sollte der Einfluss der Kaptonfolie auf die Bruchlasten an weiteren Deckhautkonfigurationen untersucht werden.
- Den untersuchten Deckhautkonfigurationen liegen die gleichen Ausgangsmaterialien zu Grunde. Für weitere Untersuchungen wäre eine Variation der Querschnittsabmessungen der Stäbe sowie der Größe der Wabenzellen von Bedeutung.
- Für die hier untersuchten Deckhautkonfigurationen hat sich gezeigt, dass die Kaptonfolie nur in geringem Maße in Form einer elastischen Bettung zu einer Vergrößerung der Bruchlasten beiträgt. Diese Untersuchungen wären für Folien mit unterschiedlichen mechanischen Eigenschaften durchzuführen. Gegebenenfalls wären Berechnungsmodelle zur Berücksichtigung der Längssteifigkeit der Folie abzuleiten.
- Die FE-Modelle mit vorverformten Gitterstäben wären um Imperfektionen in der Wabengeometrie zu erweitern. Eine Modellierung der Kehlnähte zwischen den Waben und den Gitterstäben würde weiterhin eine Spannungsanalyse im Kern ermöglichen.
- Die in dieser Arbeit dargestellten Berechnungsmethoden wären hinsichtlich ihrer Tauglichkeit für Optimierungsverfahren zu untersuchen.

8 Literatur

- [1] H. P. Degischer, S. Lüftl; *Leichtbau - Prinzipien, Werkstoffauswahl und Fertigungsverfahren*, Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 2009
- [2] H. Helms, U. Lambrecht; *The Potential Contribution of Light-Weighting to Reduce Transport Energy Consumption*, LCA Case Studies, Institute for Energy and Environmental Research (IFEU) Heidelberg, Stand: 13.02.2013
- [3] B. Klein; *Leichtbau-Konstruktion*, 7. verbesserte und erweiterte Auflage, Vieweg & Sohn Verlag, Wiesbaden 2007
- [4] A. S. Herrmann, P. C. Zahlen, I. Zuardy; *Sandwich Structures Technology in Commercial Aviation*, Sandwich Structures 7: Advancing with Sandwich Structures and Materials, Springer Verlag, 2005
- [5] M. Overd; *Composite Helicopter Structures - Current and Future Challenges*, AugustaWestland, Firmenschrift, 2011
- [6] O. T. Thomsen; *Sandwich Materials for Wind Turbine Blades*, 27th International Conference on Materials Science: Polymer Composite Materials for Wind Power Turbines, Risø National Laboratory, Denmark, September 2006
- [7] L. Fageberg; *Wrinkling of Sandwich Panels for Marine Applications*, KTH Aeronautical and Vehicle Engineering, Stockholm, 2003
- [8] G. Kopp, J. Kuppinger, H. E. Friedrich, F. Henning; *Innovative Sandwichstrukturen für den funktionsintegrierten Leichtbau*, Ausgabe 04 / 2009, ATZ online, Springer Vieweg, <http://www.atzonline.de/index.php;do=show/alloc=3/id=9643> (Stand:29.05.2012)
- [9] I. Barboutis, V. Vassiliou; *Strength Properties of Lightweight Paper Honeycomb Panels for the Furniture*, Aristotle University of Thessaloniki, Faculty of Forestry and Natural Environment, Department of Harvesting and Forest Products Technology, Stand: 11.02.2013
- [10] C. Borsellino, L. Calabrese, R. Passari, A. Valenza; *Study of Snowboard Sandwich Structures*, Sandwich Structures 7: Advancing with Sandwich Structures and Materials, Springer, 2005
- [11] N.N.; *Eutelsat*, <http://www.astrium.eads.net/media/image/eutelsat-3b.jpg> Stand: 20.03.2012
- [12] H. Bansemir, W. Buchs; *Leichtbaustrukturen aus CFK für Satellitensolargeneratoren verschiedener Größe*, Jahrestagung der DGLR, Aachen, Mai 1981
- [13] H. Bansemir, M. Bauer, O. Haider; *Großfläche Solargeneratoren in Faserverbundbauweise für Nachrichtensatelliten*, Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2001, Hamburg, September 2011
- [14] R.T. Sullins, G.W. Smith, E.E. Spier; *NASA Report 1457 - Manual for Structural Stability analysis of Sandwich Plates and Shells*, Washington D.C, December 1969
- [15] D. Zenkert; *Handbook of Sandwich Construction*, Engineering Materials Advisory Services Ltd., Stockholm, December 1997
- [16] H. G. Allen; *Analysis and design of structural sandwich panels*, Oxford, Pergamon Press, 1969

- [17] L. A. Carlsson, G. A. Kardomateas; *Structural and Failure Mechanics of Sandwich Composites*, Springer, Heidelberg, 2011
- [18] N. J. Hoff, S. E. Mautner; *Buckling of Sandwich-Type Panels*, Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 12, Seiten 285-297, 1945
- [19] C.B. Norris, W.S. Ericksen, H.W. March, C.B. Smith, K.H. Boller; *Wrinkling of the Facings of Sandwich Constructions subjected to edgewise compression*, FPL Report No. 1810, March 1956
- [20] C.B. Norris, K.H. Boller; *Wrinkling of the Facings of Sandwich Constructions subjected to edgewise compression*, FPL Report No. 1810-A, March 1953
- [21] H. Bansemir, K. Pfeifer; *Local stability of sandwich structures with thin fibre reinforced face skins for space application*, Engineering with Composites SAMPE European Chapter Third Technology Conference London, März 1983
- [22] H. Bansemir; *Berechnung von Sandwichstrukturen*, Fachtagung "Auslegung von Leichtbaustrukturen" im Haus der Technik, Essen, 1984
- [23] H. Rapp, D. Petry, C. Müller; *Knitterfestigkeit von CFK-Sandwichplatten mit Honigwabenkern unter Druck- und Biegebeanspruchung*. DGLR-2003-217, in: DGLR-Jahrbuch 2003, Bonn: Deutsche Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt, S. 121-129.
- [24] A. Engleder, D. Strobel, H. Rapp; *Common Local Instabilities of Composite Sandwich Structures with Honeycomb Cores*, Presented at the American Helicopter Society 68th Annual Forum, USA, 2012
- [25] R. P. Ley, W. Lin, U. Mbanefo; *Facesheet Wrinkling in Sandwich Structures*, NASA, Langley Research Center Hampton, Virginia, 1999
- [26] O. Jungbluth, B. Hofmann; *Untersuchungen zum Zwecke der Einführung einer praxisnahen Sandwichtechnik in das Bauwesen*, Forschungsbericht des Landes Nordrhein-Westfalen, Westdeutscher Verlag, Opladen, 1976
- [27] V. Koissin, A. Shipsha, V. Skvortsov; *Wrinkling in sandwichpanels - an analytical approach*, Journal of Sandwich Structures and Materials, 2011
- [28] W. K. Vonach, F. G. Rammerstorfer; *A General approach to the wrinkling instability of sandwich plates*, Strucutral Engineering and Mechanics, Vol. 12 Nr. 4 Seite 363-376, 2001
- [29] D. H. Pahr, F. G. Rammerstorfer; *Buckling of Honeycomb Sandwiches: Periodic Finite Element Considerations*, Tech Science Press, 2004
- [30] L. Fagerberg, D. Zenkert; *Imperfection-induced Wrinkling Material Failure in Sandwich Panels*, Journal of Sandwich Structures and Materials, 2005
- [31] R. A. Staal, G. D. Mallinson, K. Jayaraman, D. P. W. Horrigan; *Predicting Failure Loads of Undamaged Sandwich Honeycomb Panels Subject to Bending*, Journal of Sandwich Structures and Materials, 2009
- [32] D. J. Wadsworth, D. P. W. Horrigan, G. Moltschaniwskyj, I. Collins; *Facesheet Wrinkling of Damaged Honeycomb Sandwich Structures*, Journal of Sandwich Structures and Materials, 2005
- [33] C. B. Norris, W. J. Kommers; *Short-column Compressive Strength of Sandwich Constructions as affected by Size of Cells of Honeycomb Core Materials*, No. 1817,

- Forest Products Laboratory, Forest Service U.S. Department of Agriculture, March 1956
- [34] C. B. Norris; *Short-column Compressive Strength of Sandwich Constructions as affected by Size of Cells of Honeycomb Core Materials*, FPL-026, Forest Products Laboratory, Forest Service U.S. Department of Agriculture, JANUARY 1964
- [35] O. T. Thomsen, W.M. Banks; *An improved model for the prediction of intra-cell buckling in CFRP sandwich panels under in-plane compressive loading*, Composite Structures 65, S. 259 - 268, Elsevier, 2003
- [36] M. S. Anderson; *Local instability of the elements of a truss-core sandwich plate*, Langley Aeronautical Laboratory, Washington July 1958
- [37] J. Rion, S. Stutz, Y. Leterrier, J.-A. E. Manson; *Influence of Process Pressure on Local Facesheet Sandwich Instability for Ultra-light Structures*, Journal of Sandwich Structures and Materials, 2009
- [38] L. Fagerberg, D. Zenkert; *Effects of Anisotropy and Multiaxial Loading on the Wrinkling of Sandwich Panels*, Journal of Sandwich Structures and Materials, 2005
- [39] V. Birman, C. W. Bert; *Wrinkling of Composite-facing Sandwich Panels Under Biaxial Loading*, Journal of Sandwich Structures and Materials, 2005
- [40] J. L. Grenestedt, J. Reany; *Wrinkling of corrugated skin sandwich panels*, Elsevier Ltd., 2006
- [41] B. Bekisli, J. L. Grenestedt; *Wrinkling of Zebra skin sandwich panels*, Journal of composites technology an research, Philadelphia, 2003
- [42] J. Wiedemann; *Leichtbau - Elemente und Konstruktion*, 3. Auflage, Springerverlag, Berlin, 2007 (Teil 1, Kap. 5, S. 1)
- [43] N.N.; *Honeycomb Sandwich Design Technology*, Hexcel Composites, Dezember 2000
- [44] W. Schnell, G. Czerwenka; *Einführung in die Rechenmethoden des Leichtbaus II*, Hochschultaschenbücher Verlag, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1970
- [45] D. Gross, W. Hauger, P. Wriggers; *Technische Mechanik - Band 4: Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, Numerische Methoden*, 6. Auflage, Springerverlag, Berlin, 2007
- [46] A. Pflüger; *Stabilitätsprobleme der Elastostatik*, Springer Verlag, Berlin, 1964
- [47] W. Jonda; *Lightweight Structural part formd of Carbon Fiber-reinforced Plastic*; United States Patent 4092453; Messerschmidt-Blohm-Bölkow GmbH, May, 1978
- [48] N.N.; *Faserverbundwerkstoffe Handbuch*, R&G, 3. aktualisierte Auflage 2000/2001
- [49] R. M. Jones; *Buckling of bars, plates, and shells*, Bull Ridge Publishing, Blacksburg, Virginia, 2006
- [50] R. Kindmann; *Stahlbau - Teil 2: Stabilität und Theorie 2. Ordnung*, 4. Auflage, Ernst & Sohn, Berlin 2008
- [51] L. Papula; *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 2*, Vieweg & Teubner, Wiesbaden, 2009
- [52] H. Rapp; *Vorlesungsunterlagen Leichtbaustrukturen*, Institut für Leichtbau, Universität der Bundeswehr München, März 2010
-

- [53] R. Uhrig; *Elastostatik und Elastokinetik in Matrizescheibweise - Das Verfahren der Übertragungsmatrizen*, Springer Verlag, Heidelberg, 1973
- [54] O. Volkersen; Translation of "*Neuere Untersuchungen zur Theorie der Klebverbindungen.*" Wissenschaftliche Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt , Gologne , pp . 1-28, 1963.
- [55] H. Bansemir; *Krafteinleitungen in versteifte orthotrope Scheiben*, Ingenieur-Archiv 42, S. 127-140, Springer-Verlag, 1973
- [56] K. Meskouris, E. Hake; *Statik der Stabtragwerke*, 2. Auflage, Springer Verlag, Heidelberg, 2009
- [57] H. Schürmann; *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*, 2. Auflage, Springer Verlag, Heidelberg, 2007
- [58] B. Katzer; *Ermittlung der Knitterfestigkeit von Sandwichplatten mit offenen CFK-Deckschichten und Honigwabenkern*, Diplomarbeit, Universität der Bundeswehr München, Dezember 2004
- [59] T. Beyer; *Untersuchung des lokalen Stabilitätsverhaltens von Sandwichplatten mit gitterartigen Deckschichten*, Diplomarbeit, Universität der Bundeswehr München, Dezember 2009
- [60] M. A. Alassaf; *Untersuchungen zum lokalen Instabilitätsverhalten von Sandwichplatten mit Wabenstruktur und gitterartigen Deckschichten*, Bachelorarbeit, Institut für Leichtbau, Universität der Bundeswehr München, Mai 2010
- [61] G. Zhou, M. Hill, J. Loughlan, N. Hookham; *Damage Characteristics of Composite Honeycomb Sandwich Panels in Bending under Quasi-static Loading*, Journal of Sandwich Structures and Materials, 2006
- [62] S. Mahdi, A. J. Kinloch, F. L. Matthews, M. A. Crisfield; *The Static Mechanical Performance of Repaired Composite Sandwich Beams: Part I – Experimental Characterisation*, Journal of Sandwich Structures and Materials, 2003
- [63] ED. Panek, B. G. Heebink; *Repair of Aircraft Sandwich Constructions*, No. 1584, Forest Products Laboratory, Forest Service U.S. Department of Agriculture, March 1948
- [64] NN; *Composite Repair*, Hexcel Composites, April 1999
- [65] H. Mahfuz, S. Islam, M. Saha, L. Carlsson, S. Jeelanki; *Buckling of Sandwich Composites; Effects of Core–Skin Debonding and Core Density*, Applied Composite Materials, Springer, 2005
- [66] D. W. Sleight, J. T. Wang; *Buckling Analysis of Debond Sandwich Panel Under Compression*, NASA, Langley Research Center Hampton, Verginia, 1995
- [67] O. Montagnier, C. Hochard; *Compression Characterization of High-modulus Carbon Fibers*, Journal of Composite Materials, 2004
- [68] N.N.; *Biaxiale Zugprüfmaschine der Firma Zwick*, <http://www.zwick.de/de/produkte/sonderpruefmaschinen/biaxiale-pruefmaschinen/.....>, Stand: 11.03.2012
- [69] J.P. Boehler, S. Demmerle, S. Koss; *A New Direct Biaxial Testing Machine for Anisotropic Materials*, Experimental Mechanics, March 1994

- [70] V. Quaglini, C. Corazza, C. Poggi; *Experimental characterization of orthotropic technical textiles under uniaxial and biaxial loading*, Composites: Part A 39, Elsevier, 2008
- [71] Y. S. Kim, S. V. Hoa; *Effects of load combination on biaxial buckling of laminated composite rectangular plates*, ICCM/9-COMPOSITES Properties and Applications, Volume VI, University of Zaragoza, 1993
- [72] W. K. Vonach, F. G. Rammerstorfer; *Wrinkling of thick orthotropic sandwich plates under general loading conditions*, Archive of Applied Mechanics 70, Springer-Verlag, 2000
- [73] N. Tsangarakis, B. K. Taleghani; *Biaxial Flexural Testing of a Carbon Fiber Reinforced Epoxy Composite*, ARL-TR-221, Army Research Laboratory, October 1993
- [74] W. Zhang, A. G. Gibson; *Finite Element aided design of biaxial bending tests on oval Sandwich Plates*, Computers d Structures Vol. 57. No. 5. pp. 751-762, Elsevier Science Ltd, 1995
- [75] A. S. Chen, F. L. Matthew, G. D. Sims; *The effect of support conditions on the performance of CFRP Plates subjected to biaxial flexure*, Composites Science and Technology 58, Elsevier Science Ltd. , 1998 , S.613-621
- [76] K.-H. Grote, J. Feldhusen; *Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau*, 22 Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 2007
- [77] N.N.; *HSB - Schubspannungsverteilung und Schubsteifigkeit querkraftbelasteter isotroper Balken*, Nr. 31315-01, Ausgabe A, 1982
- [78] N.N.; *Materialdaten EADS*
- [79] H. A. Richard, M. Sander; *Technische Mechanik Festigkeitslehre*, 1. Auflage, Vieweg & Sohn Verlag, Wiesbaden 2006
- [80] S. Timoshenko, J. N. Goodier; *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1951
- [81] Dirk Roos; *Geometrisch nichtlineare Berechnung von Seilkonstruktionen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode*, Institut für Strukturmechanik, Universität Weimar, 14. Juli 1999, http://webuser.uni-weimar.de/~roos1/truss2n_doc_german.pdf (Stand 25.02.2011)
- [82] K. Girkmann; *Flächentragwerke*, 6. Auflage, Springer Verlag, Wien, 1963
- [83] J. Dankert, H. Dankert; *Technische Mechanik*, 4. Auflage, Teubner Verlag, Wiesbaden, 2006
- [84] R. Degmair; *Untersuchung von Versagenskriterien für „Open-Weave“ Sandwichstrukturen*, Diplomarbeit, TUM, Lehrstuhl für Leichtbau, München, 2011
- [85] N.N.; *Prepreg Technology*, Hexcel Composites, März 2005, http://www.hexcel.com/Resources/DataSheets/Brochure-Data-Sheets/Prepreg_Technology.pdf (Stand 13.07.2012)
- [86] H. Hertel; *Leichtbau, Bauelemente, Bemessungen und Konstruktionen von Flugzeugen und anderen Leichtbauwerken*, Reprintausgabe, Springer Verlag, Berlin, 1980
- [87] A. Petras, M. P. F. Sutcliffe; *Failure mode maps for honeycomb sandwich panels*, Composite Structures 44, Elevier, 1999

9 Abbildungen und Tabellen

Bild 1-1: Beispiel eines Kommunikationssatelliten (Eutelsat) mit großflächigen Solargeneratoren zur Energiegewinnung [11]	1
Bild 1-2: Offene Sandwichdeckhaut aus einzelnen Gitterstäben auf einem Wabenkern	2
Bild 1-3: Beispiel einer infolge des Fertigungsprozesses vorverformten Sandwichdeckhaut auf einem Wabenkern [37]	4
Bild 1-4: Beispiele für neue Konzepte der Sandwichbauweise: wellenförmige Sandwichdeckschichten (links) [40] und gitterartige Deckschichten aus Fasersträngen (rechts) auf einem Schaumkern [41]	5
Bild 2-1: Sandwichbauweise mit kohlenstofffaserverstärkten Sandwichdeckschichten auf einem Aluminiumwabenkern (rechts)	6
Bild 2-2: Beispiele für Faserhalbzeuge und Kernwerkstoffe zur Herstellung von Bauteilen in Sandwichbauweise	7
Bild 2-3: Sandwich bestehend aus ausgehärteten faserverstärkten Deckschichten die mittels einer separaten Klebstoffschicht auf den Kern geklebt werden	7
Bild 2-4: Stabilitätsversagensformen bei Sandwichplatten infolge axialer Druckbeanspruchung	8
Bild 2-5: Versagensform Schubknicken einer Sandwichplatte	8
Bild 2-6: Versagensfall Deckhautknittern am Beispiel einer Sandwichplatte mit Wabenkern [24]	9
Bild 2-7: Symmetrische (links) und antimetrische Knitterform (rechts)	9
Bild 2-8: Symmetrische Form des Deckhautknitterns	9
Bild 2-9: Knittern der Deckhaut auf einem Wabenkern	10
Bild 2-10: Zweiachsige Beanspruchung einer Sandwichplatte	11
Bild 2-11: Plattenbeulen der Sandwichdeckhaut innerhalb der Wabenzellen des Kerns	11
Bild 2-12: Offene Sandwichdeckhaut am Beispiel eines Solargenerators [11]	12
Bild 2-13: „Offene“ Sandwichdeckhäute bestehend aus einzelnen Kohlenstofffasersträngen auf einem Wabenkern	13
Bild 2-14: Beispiele rechteckiger Querschnittsformen der Deckhautstäbe	13
Bild 2-15: „Verschmierte“ Ersatzwanddicke einer fiktiven geschlossenen Deckhaut die aus den realen Querschnittsabmessungen der Gitterstäbe ermittelt wird	14
Bild 2-16: Verzweigungsproblem bei Stäben unter axialer Druckbeanspruchung	15
Bild 2-17: Knickstäbe nach Euler mit den Lagerbedingungen „freies Ende“, „gelenkige Lagerung“ und „feste Einspannung“	16
Bild 2-18: Gleichgewicht am infinitesimal kleinen Element eines vorverformten Stabes unter Drucklast	18
Bild 2-19: Stabilitäts- und Spannungsproblem druckbeanspruchter Stäbe mit gelenkiger Lagerung	19
Bild 2-20: Beispiel zu den Auswirkungen geometrischer Imperfektionen auf das Tragvermögen eines druckbeanspruchten Stabes	19
Bild 2-21: Gegenüberstellung der maximalen Spannung infolge einer Zug- und Druckbeanspruchung eines vorverformten Stabes	20
Bild 2-22: Idealisierter Gitterausschnitt mit unterschiedlichen Stablasten infolge eines gebrochenen Stabes	21
Bild 2-23: Grundmodell einer symmetrischen Dreigurtscheibe	21
Bild 2-24: Übertragungsschema am Beispiel mit 4 Übertragungsabschnitten	22
Bild 3-1: Biegeprobekörper für die experimentellen Untersuchungen	24

Bild 3-2: Erläuterung der Gitterkennwerte g sowie der Abmessungen der Wabenzelle und der Stäbe	24
Bild 3-3: Probekörper und Versuchsaufbau zur Untersuchung der Druckfestigkeit [59]	26
Bild 3-4: Typische Kraft-Weg-Verläufe (links: Deckhautkonfiguration 1; rechts: Deckhautkonfiguration 4)	27
Bild 3-5: Last-Verformungsverhalten der Stäbe eines Druckprobekörpers der Deckhautkonfiguration 1	28
Bild 3-6: Probekörper (Deckhautkonfiguration 1) für Vierpunktbiegeversuche	29
Bild 3-7: Geprüfter Probekörper mit reparierter Bruchstelle	29
Bild 3-8: Versuchsaufbau für Vierpunktbiegeversuche an Sandwichprobekörpern	30
Bild 3-9: Kraft-Weg-Verläufe für die Deckhautkonfiguration 1 (links) und 4 (rechts)	31
Bild 3-10: Einfluss der Abstände g_q der Querstäbe zueinander auf die Stabbruchlast	32
Bild 3-11: Durchtrennte Kaptonfolie zwischen den lastübertragenden Stäben	33
Bild 3-12: Fehlstellen im Gitter durch Harzansammlungen und verzogene Wabenzellen	34
Bild 3-13: Kraft-Weg-Verlauf einer Sandwichdeckhaut mit intakter Kaptonfolie	35
Bild 3-14: Gebrochene lastübertragende Stäbe zwischen zwei Querstäben der Deckhautkonfigurationen 1 (links) und 5 (rechts)	35
Bild 3-15: Biegeverformungen der Stäbe der Deckhautkonfiguration 3 zwischen den Wabenstegen	36
Bild 3-16: Verformungen der Stäbe (Deckhautkonfiguration 4) innerhalb der Wabenzellen und im Randbereich	36
Bild 3-17: Prüfmaschine für zweiachsige Zugversuche [68]	37
Bild 3-18: Beispiel eines zweiachsigen Biegeversuches mit kreisförmigen (bzw. ovalen) Probekörpern [74]	38
Bild 3-19: Probekörper für einen zweiachsigen Vierpunktbiegeversuch	38
Bild 3-20: Zweiachsig beanspruchter Bereich eines Gitterausschnittes	39
Bild 3-21: Schematische Darstellung eines Probekörpers mit Lasteinleitungsbeschlägen und den angreifenden Lasten	40
Bild 3-22: Versuchsaufbau der zweiachsigen Vierpunktbiegung	40
Bild 3-23: Interaktion zwischen den Stabbruchlasten in beide Lastrichtungen	42
Bild 3-24: Kraft-Weg-Verlauf des zweiachsig beanspruchten Probekörpers aus dem Versuch Nr. 5	43
Bild 3-25: Zweiachsig beanspruchter Bereich bei zunehmender Längslast (Versuch Nr. 5)	44
Bild 4-1: Ausschnitt einer gitterartigen Sandwichdeckhaut	45
Bild 4-2: Beispiel eines Gitters mit Kenngrößen und unterschiedlichen Anordnungen verformter Stäbe innerhalb der Wabenzellen	46
Bild 4-3: Querschnittsform der Stäbe einer offenen Sandwichdeckhaut	47
Bild 4-4: Geometrie einer Wabenzelle mit Gitterstäben in beide Wabenrichtungen	48
Bild 4-5: Vorverformung eines lastübertragenden Stabes zwischen zwei Querstäben der Deckhautkonfiguration 1	49
Bild 4-6: Vorverformung eines lastübertragenden Stabes innerhalb einer Wabenzelle (Deckhautkonfiguration 4)	49
Bild 4-7: Kosinusförmige Vorverformung eines lastübertragenden Stabes innerhalb einer Wabenzelle der Deckhautkonfiguration 2	49
Bild 4-8: Theoretische Vorverformungen an verschiedenen Positionen innerhalb der Wabenzellen (die maximale Vorverformung e tritt in der Mitte der Wabenzelle auf)	50
Bild 4-9: Vorverformungen infolge des Fertigungsprozesses	50
Bild 4-10: Laststab mit Torsions- und Linearfedern aus Querstäben	51
Bild 4-11: Beispiel für Dreh- und Linearfedern aus quer verlaufenden Stäben	52

Bild 4-12: Verformungen der Laststäbe infolge einer axialen Drucklast (Deckhautkonfiguration 1)	52
Bild 4-13: Drehelastische Lagerung infolge des weiterführenden Stabes	52
Bild 4-14: Stablängen zur Bestimmung der Knicklasten am Beispiel eines Laststabes der in einer Wabenzelle von 2 Querstäben gekreuzt wird	54
Bild 4-15: Analytisches Berechnungsmodell mit Einzelfedern (Linearfedern) und drehelastischen Lagern	57
Bild 4-16: Extremwerte des Biegemoments in den Querstäben [76]	58
Bild 4-17: Skizze des numerischen Berechnungsmodells zur Kontrolle der analytischen Lösung	59
Bild 4-18: Ausschnitt eines Laststabverlaufes mit deutlich sichtbaren Vorverformungen	60
Bild 4-19: Vorverformter Stab zwischen zwei Querstäben (Variante B)	61
Bild 4-20: Verläufe der Spannungen (links) und der Biegelinie (rechts) bei beidseitiger elastischer Lagerung	61
Bild 4-21: Vorverformter lastübertragender Stab der mittig zwischen zwei Wabenstegen von einem Querstab gekreuzt wird	62
Bild 4-22: Verläufe der Spannungen im lastübertragenden und federnden Stab	62
Bild 4-23: Vorverformter Stab der Deckhautkonfiguration 3 mit zwei Querstäben	63
Bild 4-24: Verläufe der Spannungen im lastübertragenden und federnden Stab	63
Bild 4-25: Vorverformter Stab der von drei Querstäben gekreuzt wird	64
Bild 4-26: Verläufe der Spannungen und der Biegelinie über die Stablänge	64
Bild 4-27: Sandwichdeckhaut die mit einer Kaptonfolie beschichtet ist	65
Bild 4-28: Elastische Bettung der Gitterstäbe durch eine Kaptonfolie	66
Bild 4-29: Vorverformter lastübertragender Stab mit Kaptonfolie	66
Bild 4-30: Querschnittsteile zur Berechnung der Biegesteifigkeit des inhomogenen Stabquerschnittes	66
Bild 4-31: Nichtlineare Bettung idealisiert durch ein biegeschlaffes Seil	67
Bild 4-32: Schematische Darstellung der iterativen Berechnung der Biegelinie des druckbeanspruchten Stabes auf einer nichtlinearen elastischen Bettung	68
Bild 4-33: Nichtlineare Federkennlinie für einen Folienabschnitt	68
Bild 4-34: FE-Modell eines vorverformten Laststabes mit einer aus Plattenelementen idealisierten Folie	69
Bild 4-35: Spannungen im Laststab für die einzelnen untersuchten Varianten (Deckhautkonfiguration 5)	70
Bild 4-36: Stabanordnung mit einem Laststab und zwei Querstäben bei querorientierter Wabenzelle	71
Bild 4-37: Einfluss der Abstände der Querstäbe auf die Stabbruchlasten	72
Bild 4-38: Berechnungsmodell (Variante II) zur Untersuchung der zweiachsigen Beanspruchung am Beispiel der Deckhautkonfiguration 1-2	73
Bild 4-39: Beispiel (Variante V) eines FE-Berechnungsmodells mit drei Querstäben unter zweiachsiger Beanspruchung	74
Bild 4-40: Stabanordnungen zur Berechnung der Interaktion zwischen den beiden Lastrichtungen	74
Bild 4-41: Interaktion zwischen den beiden Belastungsrichtungen bei unterschiedlichen Stabanordnungen	76
Bild 4-42: Interaktionen zwischen den beiden Belastungsrichtungen bei unterschiedlichen Stabanordnungen	76
Bild 4-43: Beispiel zur Lastverteilung in einer gitterartigen Sandwichdeckhaut infolge eines Stabbruchs	77
Bild 4-44: Geometrische Längenänderung infolge einer Biegeverformung	78

Bild 4-45: Berechnungsmodell bestehend aus Laststäben und Schubfeldern im unverformten und verformten Zustand	79
Bild 4-46: Idealisierung der „Schubfelder“ aus Querstäben	79
Bild 4-47: FE-Modell mit unterschiedlichen Gurtsteifigkeiten zur Kontrolle der analytischen Berechnung der Lastverteilung	80
Bild 4-48: Anwendung des analytischen Berechnungsmodells der Mehrgurtscheibe auf einen Gitterausschnitt der Deckhautkonfiguration 2 mit sechs Übertragungsabschnitten	81
Bild 4-49: Lastverteilung im Schnitt A-A infolge unterschiedlicher axialer Steifigkeiten der Laststäbe	82
Bild 4-50: Lastumlagerung (Schnitt A-A) infolge eines Bruches des Stabes Nr. 1	83
Bild 5-1: Gitterausschnitt der Deckhautkonfiguration 1 der mit Finiten-Elementen idealisiert wird	84
Bild 5-2: Beulen der Wabenstege (links) und Knicken der Deckhautstäbe (rechts) [58]	84
Bild 5-3: FE-Modell einer gitterartigen Sandwichdeckhaut mit Lagerungen sowie Streckenlasten zur Erzeugung der Vorverformungen	85
Bild 5-4: FE-Modell mit vorverformten Gitterstäben und angreifender Deckhautlast	86
Bild 5-5: Gegenüberstellung der mittleren Stabbruchlasten der FE-Modelle mit den Versuchsergebnissen (mit Streuung)	87
Bild 5-6: Nichtlineares Last-Verformungsverhalten des FE-Modells der Deckhautkonfiguration 1	87
Bild 5-7: FE-Modell der Deckhautkonfiguration 1 aus Gitterstäben und Wabenzellen unter Nutzung der Symmetrie zur Wabenmitte	88
Bild 5-8: Lagerungen der Stäbe der einzelnen Modellierungsvarianten (mit und ohne Waben)	89
Bild 5-9: Vorverformungen der Wabenzellen (links) und der Wabenstege (rechts)	89
Bild 5-10: Knickformen einer offenen Sandwichdeckhaut ohne (oben) und mit (unten) Berücksichtigung der Wabennachgiebigkeit	90
Bild 5-11: Stabbruchlasten der einzelnen Deckhautkonfigurationen mit idealisierten Waben	91
Bild 5-12: Modell zur Berechnung der Stabbruchlasten in Abhängigkeit der Abstände der Querstäbe	92
Bild 5-13: Einfluss der Abstände der Querstäbe auf die Stabbruchlasten	92
Bild 5-14: Modell zur Berechnung der Stabbruchlasten in Abhängigkeit der Abstände der Laststäbe	93
Bild 5-15: Einfluss der Abstände der Laststäbe auf die Deckhaut- und die Stabbruchlast	93
Bild 5-16: Interaktionen zwischen den Lasten einer zweiachsigen Beanspruchung	94
Bild 5-17: Lastverteilung infolge eines gebrochenen Stabes am Beispiel der Deckhautkonfiguration 1	95
Bild 5-18: Lastverteilungen infolge eines gebrochenen Stabs am Beispiel der Deckhautkonfiguration 2	96
Bild 6-1: Übersicht der Stabbruchlasten die auf Basis der verschiedenen Berechnungsmethoden ermittelt wurden	98
Bild 6-2: Schubbeanspruchung einer gitterartigen Sandwichdeckhaut	101
Bild B-1: Schubfaktoren für einen elliptischen Querschnitt	119
Bild B-2: Schubweicher Kragbalken mit drehfester Lagerung	119
Bild B-3: Schubstarrer Kragbalken mit drehelastischer Lagerung	119
Bild B-4: Idealisierte Querschnittsteile eines Stabes mit Kaptonfolie und zusätzlichen Harzansammlungen	120
Bild B-5: Analytisches Berechnungsmodell für die zweiachsige Beanspruchung mit mittig angeordneten Stäben	121
Bild B-6: Analytisches Berechnungsmodell für die zweiachsige Beanspruchung mit exzentrisch angeordneten Stäben	121

Bild B-7: Analytisches Berechnungsmodell (Symmetrisch) für die zweiachsige Druckbeanspruchung	123
Bild B-8: Grundmodell einer symmetrischen Dreigurtscheibe	124
Bild B-9: Grund- und Einheitssysteme für die Verschiebungsberechnung der Stäbe der Dreigurtscheibe	124
Bild B-10: Symmetrische Mehrgurtscheibe mit insgesamt 9 Gurten (g=Stabnummern)	127
Bild C-1: Einzelquerschnitte des inhomogenen Stabes	130
Bild C-2: Zuordnungen der Vorverformungen der einzelnen Laststäbe eines Gitterausschnittes der Deckhautkonfiguration 2 mit sechs Übertragungsabschnitten	132
Bild C-3: Zuordnungen der Vorverformungen der einzelnen Laststäbe eines Gitterausschnittes der Deckhautkonfiguration 2 mit elf Übertragungsabschnitten	133
Bild D-1: Vorverformte Stäbe einer offenen Sandwichdeckhaut (Deckhautkonfiguration 1) im FE-Modell	134
Bild D-2: FE-Modell (eine Hälfte) mit Randbedingungen und Lastangriffspunkt am Beispiel der Deckhautkonfiguration 1	134
Bild D-3: FE-Modelle der Deckhautkonfigurationen 1 und 2 ohne idealisierte Waben	136
Bild D-4: FE-Modelle der Deckhautkonfigurationen 3 und 4 ohne idealisierte Waben	136
Bild D-5: FE-Modell der Deckhautkonfigurationen 1 mit markierter Bruchstelle	137
Bild D-6: FE-Modell der Deckhautkonfigurationen 2 mit markierter Bruchstelle	137
Bild D-7: Abweichungen zur hexagonalen Zellenstruktur (am Beispiel der Deckhautkonfiguration 2)	138
Bild D-8: FE-Modelle zur Analyse der zweiachsigen Beanspruchung	140
Bild D-9: Lastverteilung der Deckhautkonfiguration 2 mit gebrochenem Randstab	141
Bild D-10: Lastverteilung der Deckhautkonfiguration 2 mit beliebiger Fehlstelle (durchtrennter Stab)	141
Bild D-11: Lastverteilung der Deckhautkonfiguration 4 mit gebrochenem Randstab	142
Bild D-12: Lastverteilung der Deckhautkonfiguration 4 mit beliebiger Fehlstelle (z.B. durchtrennter Laststab)	142
Bild E-1: Ergänzungen Gitterkonstanten (links: Deckhautkonfigurationen 1 und 5; rechts: Deckhautkonfigurationen 2 - 4)	143

Tabelle 2-1: Faktoren für symmetrische und antimetrische Knitterformen [23]	10
Tabelle 2-2: Empirisch ermittelte Vorfaktoren zur Anwendung der theoretischen Beziehungen des Deckhautknitterns in der Praxis bei Verwendung von Schaum- und Wabenkernen	11
Tabelle 3-1: Übersicht der untersuchten Deckhautkonfigurationen mit den geometrischen Kenngrößen	25
Tabelle 3-2: Ergebnisse der Druckversuche an zwei Deckhautkonfigurationen	27
Tabelle 3-3: Ergebnisse der Vierpunktbiegeversuche	30
Tabelle 3-4: Bruchlasten der Deckhautkonfiguration 5 unter Vierpunktbiegebeanspruchung	33
Tabelle 3-5: Einfluss der elastischen Bettung durch eine Kaptonfolie auf die Stabbruchlast	34
Tabelle 3-6: Stabbruchlasten bei zweiachsiger Biegebeanspruchung	41
Tabelle 4-1: Übersicht der untersuchten Deckhautkonfigurationen sowie deren geometrischen und mechanischen Kenngrößen	47
Tabelle 4-2: Knicklasten nach Euler für Stäbe mit der Länge l	54
Tabelle 4-3: Knicklasten für Stäbe der Länge l^* mit elastischer Bettung durch Einzelfedern	54
Tabelle 4-4: Versagenslasten F_{krit} ermittelt für die Versagensform „Deckhautknittern“	55
Tabelle 4-5: Knicklasten eines Stabes infolge des Versagensfalls interzelluläres Beulen	56
Tabelle 4-6: „Beulfaktor“ k^* der Versagensform interzelluläres Beulen auf Basis der experimentellen Untersuchungen	56
Tabelle 4-7: Spannungen in den Stäben ausgehend von den Stabbruchlasten aus den Versuchen	60
Tabelle 4-8: Vergleich der Versagenslasten bei schubweichen und schubstarren Stäben	65
Tabelle 4-9: Kenngrößen zur Spannungsberechnung in einem vorverformten Stab der Deckhautkonfiguration 5	70
Tabelle 4-10: Kenngrößen zur Berechnung der zweiachsigen Beanspruchung am Beispiel der Deckhautkonfiguration 1-2	75
Tabelle 4-11: Kenngrößen zur Berechnung der Lastverteilung am Beispiel der Deckhautkonfiguration 2	81
Tabelle 5-1: Knicklasten der Deckhautkonfiguration 2 mit perfekten Stäben	90
Tabelle A-1: Kennwerte Epoxidharz	117
Tabelle C-1: Ergänzungen zur Spannungsberechnung in vorverformten Stäben	130
Tabelle C-2: Ergänzungen zur Spannungsberechnung in vorverformten Stäben mit elastischer Bettung durch eine Folie und inhomogenen Querschnitt	130
Tabelle C-3: Variation der Gitterkonstante für die unterschiedlichen Berechnungsmodelle	131
Tabelle C-4: Kenngrößen zur Untersuchung des Einflusses der Querstababstände auf die Stabbruchlasten	131
Tabelle C-5: Liste der vorverformten Stäbe zur Berechnung der Lastverteilung in einem Gitterausschnitt	132
Tabelle D-1: Zusammengefasste Kenngrößen der FE-Modelle	135
Tabelle D-2: Zusammengefasste Kenngrößen der FE-Modelle mit idealisierten Waben	139
Tabelle D-3: Ergänzende Kenngrößen zur Analyse der zweiachsigen Beanspruchung	140
Tabelle E-1: Kenngrößen zur analytischen Berechnung der Stabbruchlasten	143

Anhang A - Materialdaten

A-1 Kohlenstofffasern

TECHNICAL
DATA SHEET
No. CFA-017

TORAYCA® M55J DATA SHEET

MJ type high modulus fiber with enhanced tensile and compressive strength over **M** series fibers. Mainly used for premium sporting goods, aerospace, and industrial applications.

FIBER PROPERTIES

	English	Metric	Test Method
Tensile Strength	583 ksi	4,020 MPa	TY-030B-01
Tensile Modulus	78.2 Msi	540 GPa	TY-030B-01
Strain	0.8 %	0.8 %	TY-030B-01
Density	0.069 lbs/in ³	1.91 g/cm ³	TY-030B-02
Filament Diameter	2.0E-04 in.	5 µm	
Yield 6K	6,833 ft/lbs	218 g/1000m	TY-030B-03
Sizing Type & Amount	50B	1.0 %	TY-030B-05
	Twist	Untwisted	

FUNCTIONAL PROPERTIES

CTE	-1.1 $\times 10^{-6}$ /°C
Specific Heat	0.17 Cal/g·°C
Thermal Conductivity	0.372 Cal/cm·s·°C
Electric Resistivity	0.8 $\times 10^{-3}$ Ω·cm
Chemical Composition: Carbon	>99 %
Na + K	<50 ppm

COMPOSITE PROPERTIES*

Tensile Strength	290 ksi	2,010 MPa	ASTM D-3039
Tensile Modulus	49.0 Msi	340 GPa	ASTM D-3039
Tensile Strain	0.6 %	0.6 %	ASTM D-3039
Compressive Strength	130 ksi	880 MPa	ASTM D-695
Flexural Strength	180 ksi	1,230 MPa	ASTM D-790
Flexural Modulus	40.5 Msi	280 GPa	ASTM D-790
ILSS	10.0 ksi	7 kgf/mm ²	ASTM D-2344
90° Tensile Strength	5.0 ksi	34 MPa	ASTM D-3039

* Toray 250°F Epoxy Resin. Normalized to 50% fiber volume.

TORAY CARBON FIBERS AMERICA, INC.

<http://www.toraycfa.com/pdfs/M55JDataSheet.pdf> (Stand 11.07.2012)

A-2 Epoxidharz und Folienkleber

Tabelle A-1: Kennwerte Epoxidharz

Komponenten : Harz Tactix 123, Härter H41				
E_H	=	4400	N/mm ²	E-Modul
ν_H	=	0,35	-	Querkontraktion
ρ_H	=	1,20	g/cm ³	Dichte
σ_B	=	100	N/mm ²	Annahme

(Entnommen vom mitgelieferten Datenblatt zu den Probekörpern)

Folienkleber



Description

Redux® 312 is a high-strength 250°F curing film adhesive, suitable for metal to metal bonding and sandwich constructions, where operating temperatures of up to 212°F may be experienced.

A supported version, Redux® 312/5, is available with a woven nylon carrier for bond line thickness control.

Features

- Short cure cycle – cures in 30 minutes at 250°F
- Good mechanical performance up to 212°F
- Suitable for composite to composite bonding
- Low volatile content (solventless process)

Applications

- Metal to metal bonding
- Sandwich constructions
- Composite to composite bonding

Forms

Gray flexible film adhesive, available in 5 areal weights; 4 in unsupported form and one with a woven nylon carrier

Product Description	Areal Weight psf	Roll Width in.	Standard Roll ft ²
Redux® 312	0.015	21	645
Redux® 312UL	0.02	21	645
Redux® 312L	0.03	21	645
Redux® 312	0.06	21	645
Redux® 312/5	0.06	21	645

Instructions For Use

Pretreatment

It is essential that all substrates to be used are free of contamination and are in as ideal a state for bonding as possible. As pretreatment varies significantly depending on the substrates used, please refer to the Hexcel publication, Redux® Bonding Technology, for optimum procedures.

If there is to be a delay between the pretreatment and bonding of aluminum, the pretreated surface should be protected with Redux® 112 surface pretreatment protection solution to conserve the optimum bonding surface. This will enable bonding to be delayed for up to 2 weeks without deterioration of the pretreated surface. The correct application of Redux® 112 should not alter the bonding performance of Redux® 312 (for full application details consult the relevant data sheet).

©Copyright Hexcel Corporation

*Redux, Hexcel and the Hexcel logo are registered trademarks of Hexcel Corporation, Stamford, Connecticut



http://www.hexcel.com/Resources/DataSheets/Adhesives-Data-Sheets/312_us.pdf
(Stand 11.07.2012)

A-3 Kaptonfolie

Kapton® polyimide films

DuPont™ Kapton® polyimide film has more than 40 years of proven performance as the material of choice in applications involving temperature extremes and harsh environments. Within the photovoltaic market, Kapton® films are now in commercial use as well as in evaluation for substrates in thin film amorphous silicon (a-Si) modules and CIGS applications.

Kapton® provides:

- Roll-to-roll processing
- Low CTE to minimize stress
- Low moisture uptake and high moisture release characteristics
- Excellent electrical properties and increased voltage endurance
- Ceramic filled versions to increase corona resistance and thermal conductivity
- Future generation substrates with higher temperature and lower CTE capacity under development
- Complementary flexible ultra moisture barrier topp sheet and low moisture ingress encapsulant under development

Technical Data for Standard Kapton® Polyimide Film

Kapton® Gage/Type	200H	200E	200EN-L
Modulus MD @50C (GPa)	2.4	6.3	5.9
Modulus MD @480C (GPa)	0.2	<0.1	0.4
avg CTE (ppm/ °C) MD/ TD (50-350 °C)	29	16	11
Tg (DMA, tan d, °C)	402	355	372
Slip Additive	N	N	Y

The low CTE of Kapton® E and EN-L polyimide films minimizes the stress at the interface both during processing and end use temperature extremes.

Kapton-Folie 200H

www2.dupont.com/Photovoltaics/en_US/products_services/thinfilm_substrates/kapton.html
(Stand 02.08.2010)

Anhang B - Ergänzungen Berechnungsmodelle

B-1 Beispiele für elastische Lagerungen

B-1.1 Schubfaktoren des elliptischen Querschnittes nach [77]

$$\kappa_y = \frac{(40 + 37\nu)\left(\frac{b}{2}\right)^4 + (16 + 10\nu)\left(\frac{b}{2}\right)^2\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \nu\left(\frac{h}{2}\right)^4}{12(1 + \nu)\left(\frac{b}{2}\right)^2\left(3\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2\right)}$$

$$\kappa_z = \frac{(40 + 37\nu)\left(\frac{h}{2}\right)^4 + (16 + 10\nu)\left(\frac{b}{2}\right)^2\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \nu\left(\frac{b}{2}\right)^4}{12(1 + \nu)\left(\frac{h}{2}\right)^2\left(3\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2\right)}.$$

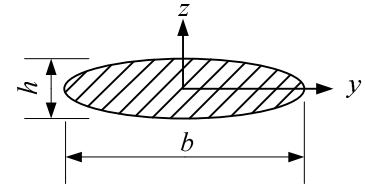


Bild B-1: Schubfaktoren für einen elliptischen Querschnitt

B-1.2 Drehfest gelagerter Kragbalken (schubweich)

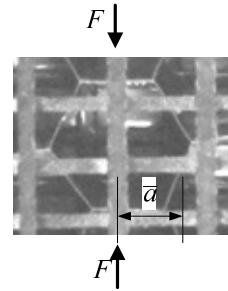
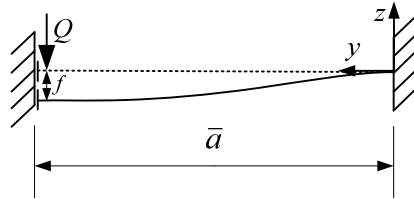
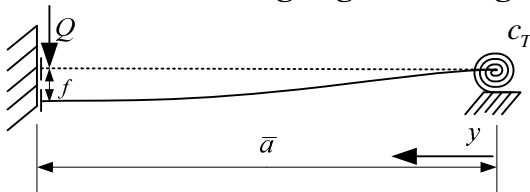


Bild B-2: Schubweicher Kragbalken mit drehfester Lagerung

$$f = f_B + f_S = \frac{Q\bar{a}^3}{12EI} + \frac{Q\bar{a}}{GA} \kappa = Q \left(\frac{\bar{a}^3}{12EI} + \frac{\bar{a}}{GA} \kappa \right)$$

$$c = \frac{Q}{f} = \frac{1}{\left(\frac{\bar{a}^3}{12EI} + \frac{\bar{a}}{GA} \kappa \right)}$$

B-1.3 Drehelastisch gelagerter Kragbalken (schubstarr)



$$w(0) = 0$$

$$-EIw(0)'' + c_T w(0)' = 0$$

$$w'(\bar{a}) = 0$$

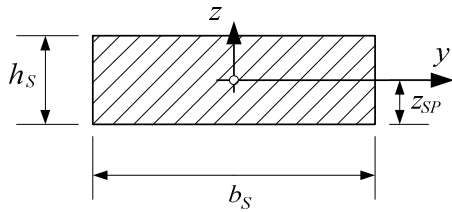
Bild B-3: Schubstarrer Kragbalken mit drehelastischer Lagerung

$$w(y) = \frac{Q}{EI} \left[-\frac{1}{6} y^3 + \frac{1}{2} y^2 \left(\frac{c_T \bar{a}^2}{2(EI + c_T \bar{a})} \right) + y \left(\frac{EI \bar{a}^2}{2(EI + c_T \bar{a})} \right) \right]$$

$$w''(y) = \frac{Q}{EI} \left[-y + 1 \left(\frac{c_T \bar{a}^2}{2(EI + c_T \bar{a})} \right) \right]$$

B-2 Querschnittsteile der Laststäbe einer Deckhaut mit Kaptonfolie

Rechteck (Kaptonfolie) [76]

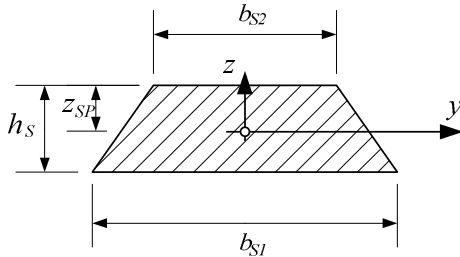


$$z_{SP} = \frac{h_s}{2}$$

$$A = b_s \cdot h_s$$

$$I_y = \frac{h_s^3 \cdot b_s}{12}$$

Trapez (Harzansammlung zwischen der Folie und dem Faserquerschnitt) [76]

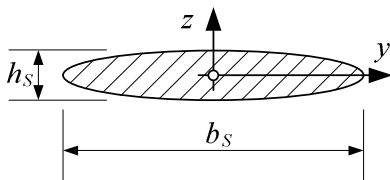


$$z_{SP} = \frac{h_s}{3} \frac{2b_{s1} + b_{s2}}{b_{s1} + b_{s2}}$$

$$A = \frac{b_{s1} + b_{s2}}{2} \cdot h_s$$

$$I_y = \frac{h_s^3}{36} \frac{b_{s1}^2 + 4b_{s1}b_{s2} + b_{s2}^2}{b_{s1} + b_{s2}}$$

Ellipse (Faserquerschnitt) [76]

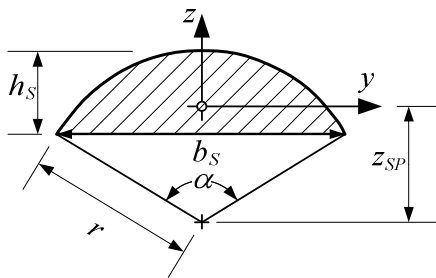


$$z_{SP} = \frac{h_s}{2}$$

$$A = \frac{1}{4} \pi \cdot h_s \cdot b_s$$

$$I_y = \frac{\pi \cdot h_s^3 \cdot b_s}{64}$$

Kreisabschnitt (Harzansammlung unter dem Faserquerschnitt) [83]



$$r = \frac{4h_s^2 + b_s^2}{8h_s} \quad \alpha = 4 \arctan\left(\frac{2h_s}{b_s}\right)$$

$$z_{SP} = \frac{4}{3} \frac{R \cdot \sin^3(\alpha/2)}{\alpha - \sin \alpha}$$

$$A = \frac{R^2}{2} (\alpha - \sin \alpha)$$

$$I_y = \frac{R^4}{144} \left(36 \frac{\alpha}{2} - 9 \sin(2\alpha) - \frac{64 \sin^6\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\frac{\alpha}{2} - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)$$

Bild B-4: Idealisierte Querschnittsteile eines Stabes mit Kaptonfolie und zusätzlichen Harzansammlungen

B-3 Berechnungsmodelle für die zweiachsige Beanspruchung

B-3.1 Berechnungsmodells und Randbedingungen zum Abschnitt 4.6.1

Berechnungsmodell I

Die Wabenrichtung „W“ ist entlang der \tilde{x} -Achse ausgerichtet. Bei diesem Berechnungsmodell sind die Stäbe mittig der Wabenzellen anordnet.

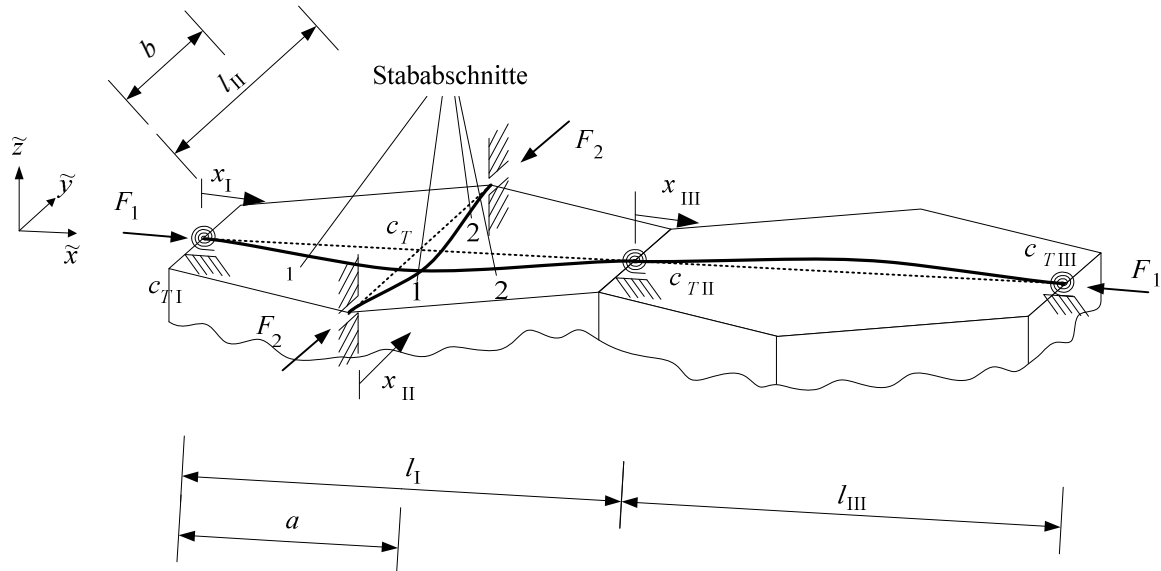


Bild B-5: Analytisches Berechnungsmodell für die zweiachsige Beanspruchung mit mittig angeordneten Stäben

Berechnungsmodell II

Gegenüber dem vorherigen Modell ist die Wabenrichtung „L“ entlang der \tilde{x} -Achse ausgerichtet. Die Stäbe sind exzentrisch angeordnet.

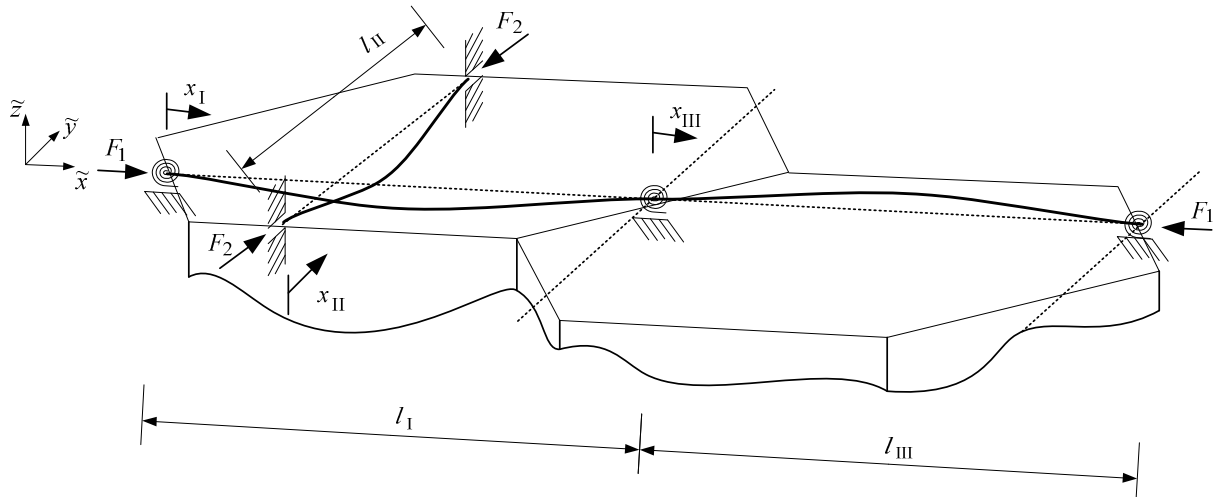


Bild B-6: Analytisches Berechnungsmodell für die zweiachsige Beanspruchung mit exzentrisch angeordneten Stäben

Rand- und Übergangsbedingungen

Hinsichtlich der Lösung der Differentialgleichung unterscheiden sich die beiden zuvor gezeigten Modelle nicht. Lediglich die Stablängen und Größen der Vorverformungen sind verschieden. Die im Folgenden dargestellten Rand- und Übergangsbedingungen sind identisch, was damit ebenfalls auf die Lösung der Differentialgleichung zutrifft.

$$\begin{aligned}
0 &= w_{I-1}(0) \\
0 &= -EI_I \cdot w_{I-1}''(0) + w_{I-1}'(0) \cdot c_{TI} \\
0 &= w_{I-2}(a) - w_{I-1}(a) \\
0 &= w_{I-2}'(a) - w_{I-1}'(a) \\
0 &= EI_I \cdot w_{I-1}''(a) - EI_I \cdot w_{I-2}''(a) + w_{I-1}'(a) \cdot c_T \\
0 &= w_{I-2}(l_I) \\
0 &= w_{III}'(0) - w_{I-2}'(l_I) \\
0 &= EI_I \cdot w_{I-2}''(l_I) - EI_{III} \cdot w_{III}''(0) + w_{III}'(0) \cdot c_{TII} \\
0 &= w_{II-1}(0) \\
0 &= w_{II-1}'(0) \\
0 &= w_{II-2}(b) - w_{II-1}(b) \\
0 &= w_{II-2}'(b) - w_{II-1}'(b) \\
0 &= EI_{II} \cdot w_{II-1}''(b) - EI_{II} \cdot w_{II-2}''(b) + w_{II-1}'(b) \cdot c_T \\
0 &= w_{II-2}(l_{II}) \\
0 &= w_{II-2}'(l_{II}) \\
0 &= w_{I-1}(a) - w_{II-1}(b) \\
0 &= -EI_I \cdot w_{I-2}'''(a) + EI_I \cdot w_{I-1}'''(a) - EI_{II} \cdot w_{II-2}'''(b) + EI_{II} \cdot w_{II-1}'''(b) \\
0 &= w_{III}(0) \\
0 &= w_{III}(l_{III}) \\
0 &= EI_{III} \cdot w_{III}''(l_{III}) + w_{III}'(l_{III}) \cdot c_{TIII}
\end{aligned}$$

Druckstab

$$w(x) = K_1 + K_2 \cdot \left(\frac{x}{l}\right) + K_3 \cdot \cos\left(\bar{\mu} \frac{x}{l}\right) + K_4 \cdot \sin\left(\bar{\mu} \frac{x}{l}\right) + \frac{e}{2} \frac{\bar{\mu}^2}{\bar{\mu}^2 - 4\pi^2} \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{l}\right)$$

Zugstab

$$w(x) = K_1 + K_2 \cdot \left(\frac{x}{l}\right) + K_3 \cdot e^{\left(\frac{\bar{\mu}x}{l}\right)} + K_4 \cdot e^{\left(-\frac{\bar{\mu}x}{l}\right)} + \frac{e}{2} \frac{\bar{\mu}^2}{\bar{\mu}^2 + 4\pi^2} \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{l}\right)$$

B-3.2 Symmetrisches Modell mit mehreren Längs- bzw. Querstäben

Die Stäbe sind innerhalb einer Wabenzelle symmetrisch angeordnet. Die gestrichelten Stäbe auf der Modelldarstellung sind aus Symmetriegründen bei der Berechnung nicht zu berücksichtigen.

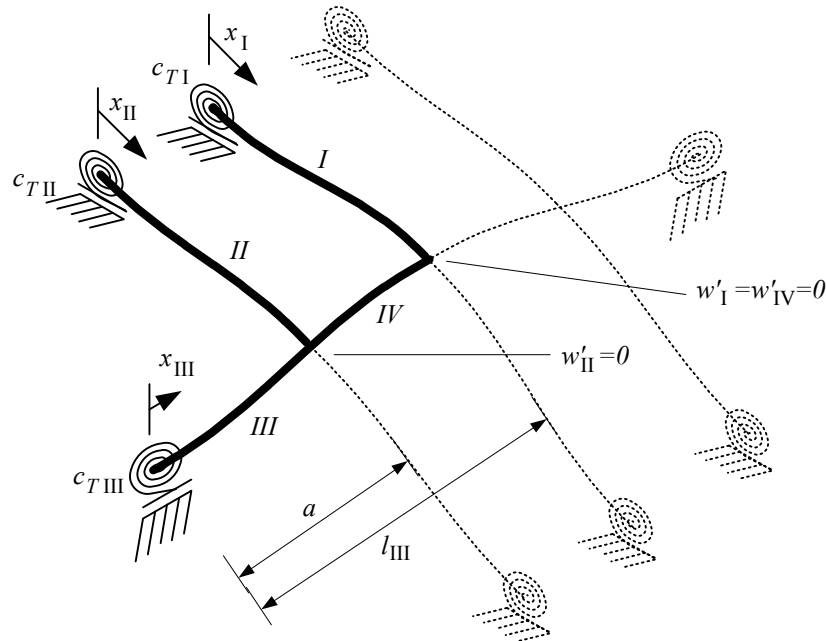


Bild B-7: Analytisches Berechnungsmodell (Symmetrisch) für die zweiachsige Druckbeanspruchung

Die allgemeine Lösung der DGL des druckbeanspruchten Stabes lautet wie folgt:

$$w(x) = K_1 + K_2 \cdot \left(\frac{x}{l}\right) + K_3 \cdot \cos\left(\bar{\mu} \frac{x}{l}\right) + K_4 \cdot \sin\left(\bar{\mu} \frac{x}{l}\right) + \frac{e}{2} \frac{\bar{\mu}^2}{\bar{\mu}^2 - \pi^2} \cdot \cos\left(\pi \frac{x}{l}\right)$$

mit $w_0\left(\frac{x}{l}\right) = \frac{e}{2}\left(1 - \cos\left(\pi\frac{x}{l}\right)\right)$ und $\bar{\mu} = \sqrt{\frac{Fl^2}{EI}}$.

$$0 = +w_I(0)$$

$$0 = -EI_I \cdot w_I''(0) - w_I'(0) \cdot c_{TI}$$

$$0 = +w_I'(l_I)$$

$$0 = +w_I(l_I) - w_{IV}(l_{III})$$

$$0 = +EI_I \cdot w_I'''(l_I) + EI_{IV} \cdot w_{IV}'''(l_{III})$$

$$0 = +w_{IV}'(l_{III})$$

$$0 = +w_H(0)$$

$$0 = -EI_H \cdot w_H''(0) - w_H'(0) \cdot c_{TH}$$

$$0 = +w_{II}'(l_{II})$$

$$0 = +w_{II} (l_{II}) - w_{IV} (a)$$

$$0 = +w_{IV}(0)$$

$$0 = -EI_{III} \cdot w_{II}''(0) - w_{III}'(0) \cdot c_{TIII}$$

$$0 = -w_{III}(a) + w_{IV}(a)$$

$$0 = -w_{III}'(a) + w_{IV}'(a)$$

$$0 = -w_{III}''(a) + w_{IV}''(a)$$

$$0 = +EI_{III} \cdot w_{III}'''(a) - EI_{IV} \cdot w_{IV}'''(a) + 2EI_{II} \cdot w_{II}'''(l_{II})$$

B-4 Übertragungsmatrix der symmetrischen Mehrgurtscheibe

B-4.1 Übertragungsmatrix der symmetrischen Dreigurtscheibe nach [52]

Im Berechnungsmodell sind mit dem Abstand g zueinander angeordnete Stäbe, die die Lasten in x -Richtung aufnehmen, durch „Schubfelder“ verbunden. Die Lasten in den Stäben ändern sich über deren Länge infolge einer Schubbeanspruchung in den Schubfeldern.

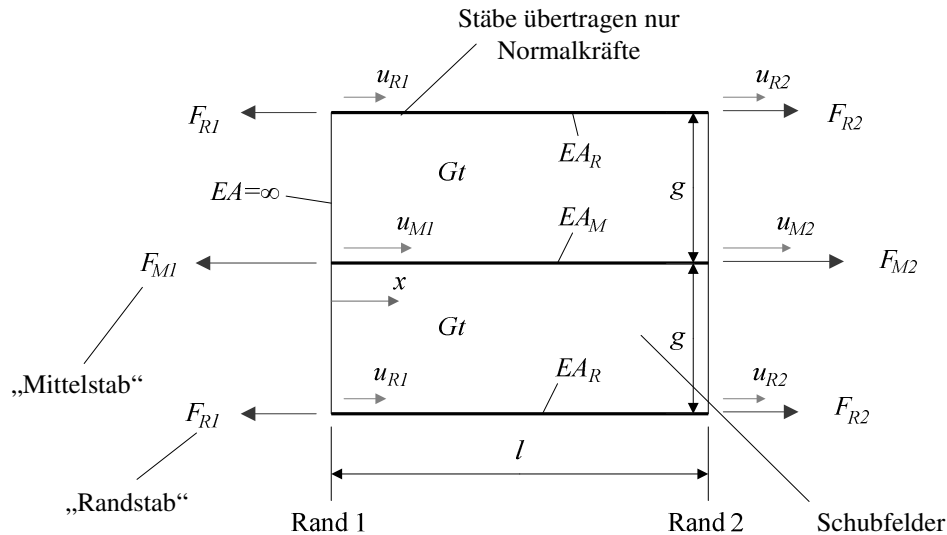


Bild B-8: Grundmodell einer symmetrischen Dreigurtscheibe

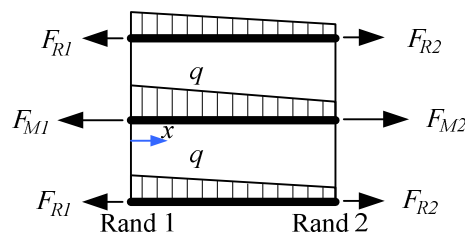
Verschiebungsberechnung

An diesem Modell (bestehend aus n Stäben und m „Blechen“) werden für beide Ränder mit der Kraftgrößenmethode [56] die Verschiebungen u der Stäbe ermittelt.

$$u = \sum_{i=1}^n \int \frac{N_i N_0}{EA_i} dx + \sum_{j=1}^m \frac{q_j q_0}{Gt_j} O$$

Die hierfür benötigten Grund- und Einheitssysteme sind im Folgenden dargestellt.

Grundsystem „0“



Einheitssysteme „1“

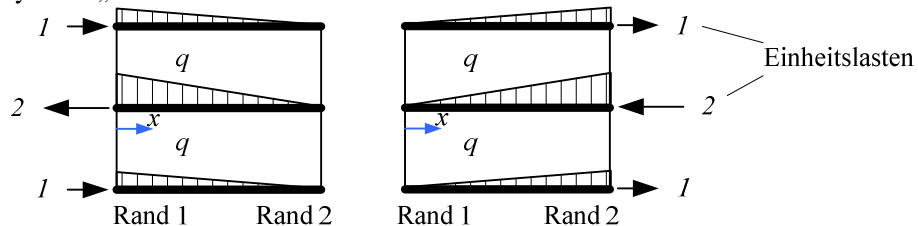


Bild B-9: Grund- und Einheitssysteme für die Verschiebungsberechnung der Stäbe der Dreigurtscheibe

u	:	Verschiebung (R=Randstab und M=Mittelstab)
Δu	:	Differenzverschiebung $\Delta u = u_M - u_R$
EA	:	Dehnsteifigkeit der Stäbe
F	:	Stablast
F_{ges}	:	Gesamtlast ($F_{ges} = F_M + 2F_R$)

Die für die Übertragungsmatrix benötigten Differenzverschiebungen zwischen jeweils zwei Stäben ergeben sich aus den folgenden Beziehungen.

Differenzverschiebung am Rand 1

$$2u_{M1} - 2u_{R1} = \frac{1}{6} \frac{2l}{EA_R} (-1)(2F_{R1} + F_{R2}) + \frac{1}{6} \frac{l}{EA_M} (2)(2F_{M1} + F_{M2}) + \frac{2gl}{Gt} \left(-\frac{1}{l} \right) \left(\frac{F_{M2} - F_{M1}}{2l} \right)$$

$$\Delta u_1 = u_{M1} - u_{R1} = -\frac{1}{3} \frac{b}{EA_R} F_{R1} - \frac{1}{6} \frac{b}{EA_R} F_{R2} + F_{M1} \left(\frac{1}{3} \frac{b}{EA_M} + \frac{a}{2Gtb} \right) + F_{M2} \left(\frac{1}{6} \frac{b}{EA_M} - \frac{a}{2Gtb} \right)$$

mit $F_M = F_{ges} - 2F_R$

$$\Delta u_1 = u_{M1} - u_{R1} = F_{R1} \left(-\frac{1}{3} \frac{l}{EA_R} - \frac{2}{3} \frac{l}{EA_M} - \frac{g}{Gtl} \right) + F_{R2} \left(-\frac{1}{6} \frac{l}{EA_R} - \frac{1}{3} \frac{l}{EA_M} + \frac{g}{Gtl} \right)$$

$$+ F_{ges} \left(\frac{1}{3} \frac{l}{EA_M} + \frac{g}{2Gtl} + \frac{1}{6} \frac{l}{EA_M} - \frac{g}{2Gtl} \right)$$

Differenzverschiebung am Rand 2

$$2u_{M2} - 2u_{R2} = \frac{1}{6} \frac{2b}{EA_R} (1)(F_{R1} + 2F_{R2}) + \frac{1}{6} \frac{b}{EA_M} (-2)(F_{M1} + 2F_{M2}) + \frac{2ab}{Gt} \left(-\frac{1}{b} \right) \left(\frac{F_{M2} - F_{M1}}{2b} \right)$$

$$\Delta u_2 = u_{M2} - u_{R2} = \frac{1}{6} \frac{b}{EA_R} F_{R1} + \frac{1}{3} \frac{b}{EA_R} F_{R2} + F_{M1} \left(-\frac{1}{6} \frac{b}{EA_M} + \frac{a}{2Gtb} \right) + F_{M2} \left(-\frac{1}{3} \frac{b}{EA_M} - \frac{a}{2Gtb} \right)$$

mit $F_M = F_{ges} - 2F_R$

$$\Delta u_2 = u_{M2} - u_{R2} = F_{R1} \left(\frac{1}{6} \frac{l}{EA_R} + \frac{1}{3} \frac{l}{EA_M} - \frac{g}{Gtl} \right) + F_{R2} \left(\frac{1}{3} \frac{l}{EA_R} + \frac{2}{3} \frac{l}{EA_M} + \frac{g}{Gtl} \right)$$

$$+ F_{ges} \left(-\frac{1}{6} \frac{l}{EA_M} + \frac{g}{2Gtl} - \frac{1}{3} \frac{l}{EA_M} - \frac{g}{2Gtl} \right)$$

Übertragungsmatrix

Die zuvor genannten Gleichungen lassen sich in Matrizenschreibweise zusammenfassen. Auf der einen Seite der Gleichungen stehen die Zustandsgrößen $\{Z\}_2$ am Rand 2, während auf der anderen Seite die Zustandsgrößen $\{Z\}_1$ am Rand 1 mit Koeffizienten stehen. Unter Berücksichtigung der Abkürzungen α und β führt dies auf die Übertragungsmatrix $[\tilde{T}]$, die die Zustandsgrößen von einem Rand auf den nächsten „überträgt“.

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} \Delta u \\ F_R \\ 1 \end{Bmatrix}_2 &= \begin{bmatrix} \overbrace{\begin{matrix} -\frac{\beta_2}{\beta_1} & \frac{\beta_1^2 - \beta_2^2}{\beta_1} \end{matrix}}^{[T]} & \overbrace{\begin{matrix} 3\alpha_M \frac{\beta_2 - \beta_1}{\beta_1} F_{ges} \\ 3\alpha_M \frac{1}{\beta_1} F_{ges} \end{matrix}}^{\text{Lastvektor } \{F\}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ F_R \\ 1 \end{Bmatrix}_1 \\
 \{Z\}_2 &= [\tilde{T}] \cdot \{Z\}_1 \\
 \text{mit } \alpha_R &= \frac{1}{6} \frac{l}{EA_R}, \quad \alpha_M = \frac{1}{6} \frac{l}{EA_M}, \quad \alpha_B = \frac{1}{6} \frac{g}{Gt l}, \\
 \beta_1 &= \alpha_R + 2\alpha_M - 6\alpha_B \quad \text{und} \quad \beta_2 = 2\alpha_R + 4\alpha_M + 6\alpha_B.
 \end{aligned}$$

Der Schubfluss q im „Schubfeld“ ergibt sich aus der Differenz der Stablasten zwischen den beiden Rändern des Übertragungsabschnittes.

$$q = \frac{F_{R2} - F_{R1}}{l}$$

Berechnung aller Zustandsgrößen in einem Schritt

Neben der abschnittsweise Berechnung der Zustandsgrößen, können durch zusammenfassen mehrerer Einzelmatrixn $[T]$ alle Zustandsgrößen $\{Z\}$ auf einmal berechnet werden [53].

$$\begin{bmatrix} [T]_1 & -[I] & [0] & \cdots & [0] & [0] \\ [0] & [T]_2 & -[I] & \cdots & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [T]_3 & \cdots & [0] & [0] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ [0] & [0] & [0] & \cdots & [T]_n & -[I] \\ RB & RB & RB & \cdots & RB & RB \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{Z\}_1 \\ \{Z\}_2 \\ \{Z\}_3 \\ \vdots \\ \{Z\}_n \\ \{Z\}_{n+1} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \{F\}_1 \\ \{F\}_2 \\ \{F\}_3 \\ \vdots \\ \{F\}_n \\ RB \end{Bmatrix} \quad (9.1)$$

- $[T]_n$: Ü-Matrix der einzelnen Abschnitte ohne Lastvektor
- $[I]$: Einheitsmatrix
- $\{Z\}_n$: Zustandsvektor an der Stelle n
- $\{F\}_n$: Lastvektor des Abschnittes n
- RB : Randbedingungen (in der Matrix mit 1 und im Lastvektor mit einem Wert)

B-4.2 Übertragungsmatrix der symmetrischen Mehrgurtscheibe

Während bei der symmetrischen Dreigurtscheibe nur zwei unterschiedliche Stäbe pro Übertragungsabschnitt berücksichtigt werden, lässt sich auf Grundlage der gleichen Theorie eine Übertragungsmatrix formulieren, die eine Vielzahl an Stäben unterschiedlicher axialer Steifigkeiten berücksichtigt.

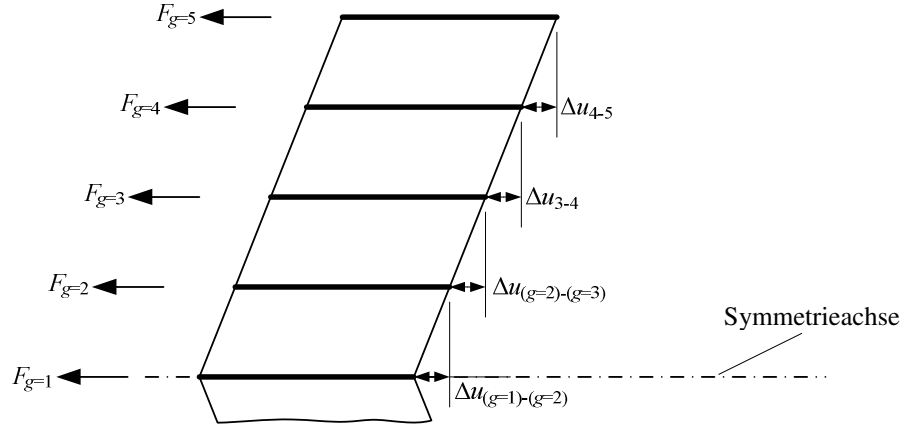


Bild B-10: Symmetrische Mehrgurtscheibe mit insgesamt 9 Gurten (g =Stabnummern)

Zur Bestimmung der Übertragungsmatrix der Mehrgurtscheibe werden die Differenzverschiebungen Δu zwischen jeweils zwei benachbarten Stäben an den beiden Rändern eines Übertragungsabschnittes benötigt.

Berechnung der Übertragungsmatrix aus den Gleichungen der Differenzverschiebungen

Die Differenzverschiebungen werden für jeden Stab angeschrieben (an jedem Rand). In Matrixschreibweise, in der folgenden Gleichung für den Rand 1 dargestellt, ergibt sich daraus ein Gleichungssystem zur Berechnung der Differenzverschiebungen aus den Kennwerten des Übertragungsabschnittes und der angreifenden Lasten:

$$\{\Delta u\}_1 = [B_{11}]\{F\}_1 + [B_{12}]\{F\}_2 + \{B_1\}F_{ges}.$$

Durch Umstellen des Zusammenhangs für die Verschiebungen am Rand eins ergeben sich die Lasten am Rand zwei. Die Koeffizienten und Vektoren werden zu Teilmatrizen bzw. -vektoren der gesamten Übertragungsmatrix zusammengefasst.

$$\{F\}_2 = \underbrace{[B_{12}]^{-1}}_{[\bar{C}]} \{\Delta u\}_1 - \underbrace{[B_{12}]^{-1}[B_{11}]}_{[\bar{D}]} \{F\}_1 - \underbrace{[B_{12}]^{-1}\{B_1\}}_{\{F_{\bar{D}}\}} F_{ges}$$

Auf der rechten Seite der Gleichung stehen nur noch Zustandsgrößen vom Rand eins mit den zusammengefassten Koeffizientenmatrizen $[\bar{C}]$, $[\bar{D}]$ und dem Lastvektor $\{F_{\bar{D}}\}$. $\{F\}_2$ wird in die Gleichung für die Verschiebungen am Rand zwei eingesetzt.

$$\{\Delta u\}_2 = [B_{21}]\{F\}_1 + [B_{22}]\{F\}_2 + \{B_2\}F_{ges}$$

Damit stehen auf der rechten Seite der Gleichung nur noch Zustandsgrößen vom Rand eins. Durch Umstellen und Zusammenfassen der Koeffizienten und Vektoren ergeben sich die weiteren Teile der Übertragungsmatrix.

$$\{\Delta u\}_2 = \underbrace{[B_{22}][B_{12}]^{-1}}_{[\bar{A}]} \{\Delta u\}_1 + \underbrace{([B_{21}] - [B_{22}][B_{12}]^{-1}[B_{11}])}_{[\bar{B}]} \{F\}_1 + \underbrace{(\{B_2\} - [B_{22}][B_{12}]^{-1}\{B_1\})}_{\{F_{\bar{B}}\}} F_{ges}$$

Aus den zu Teilmatrizen zusammengefassten Koeffizientenmatrizen $[B]$ der Zustandsgrößen sowie den Lastvektoren $\{F_{\bar{B}}\}$ und $\{F_{\bar{D}}\}$ lässt sich die gesamte Übertragungsmatrix zusammensetzen.

$$\begin{Bmatrix} \{\Delta u\} \\ \{F\} \\ 1 \end{Bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} [\bar{A}] & [\bar{B}] \\ [\bar{C}] & [\bar{D}] \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{F_{\bar{B}}\} \\ \{F_{\bar{D}}\} \\ 1 \end{Bmatrix}_1$$

Verschiebungen am Rand 2

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{g}=2 \\
 \Delta u_{(g-1)-(g)2} =
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{g}=2 \quad \downarrow \\
 F_{g/1} a
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{g}=3 \quad \downarrow \\
 + F_{g/1} b
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{g}=4 \quad \downarrow \\
 + F_{g/1} b
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{g}=5 \quad \downarrow \\
 + F_{g/1} b
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{g}=n \quad \downarrow \\
 + F_{n/1} b
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + \dots
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \mathbf{g}=n \quad \downarrow \\
 + F_{n/2} h
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{ges} p
 \end{array}
 \\
 \\
 \begin{array}{c}
 \mathbf{g}=3 \\
 \Delta u_{(g-1)-(g)2} =
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 F_{g/1} c_g
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{g/1} d_g
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{g/1} e
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{n/1} e
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + \dots
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{n/2} s
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{ges} 0
 \end{array}
 \\
 \\
 \begin{array}{c}
 \mathbf{g}=4 \\
 \Delta u_{(g-1)-(g)2} =
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 F_{g/1} 0
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{g/1} c_g
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{g/1} d_g
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{g/1} e
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + \dots
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{n/2} s
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{ges} 0
 \end{array}
 \\
 \\
 \begin{array}{c}
 \mathbf{g}=5 \\
 \Delta u_{(g-1)-(g)2} =
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 F_{g/1} 0
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{g/1} 0
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{g/1} c_g
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{g/1} d_g
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + \dots
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{n/2} s
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{ges} 0
 \end{array}
 \\
 \\
 \begin{array}{c}
 \vdots
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \vdots
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \vdots
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \vdots
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \vdots
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \vdots
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \vdots
 \end{array}
 \\
 \\
 \begin{array}{c}
 \mathbf{g}=n \\
 \Delta u_{(g=n-1)-(g=n)2} =
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 F_{g/1} 0
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{g/1} 0
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{g/1} 0
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + \dots
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{(g=n-1)/1} c_g
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{(g=n)/1} d_g
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{(g=n)/2} i_g
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{(g=n)/2} j_g
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 + F_{ges} 0
 \end{array}
 \\
 \\
 \{ \Delta u \}_2 =
 \begin{array}{c}
 [K_{21}] \{ F \}_1
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 [K_{22}] \{ F \}_2
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 \{ K_2 \} F_{ges}
 \end{array}
 \\
 \\
 \begin{array}{c}
 a = \left(\frac{1}{6} \frac{b}{EA_2} + \frac{2}{6} \frac{b}{EA_1} - \frac{a}{6 EA_1 Gt b} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 b = \left(\frac{2}{6} \frac{b}{EA_1} - \frac{a}{Gt b} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 h = \left(\frac{2}{3} \frac{b}{EA_1} + \frac{a}{Gt b} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 p = \left(\frac{1}{2} \frac{b}{EA_1} \right)
 \end{array}
 \\
 \\
 \begin{array}{c}
 c_g = \left(-\frac{1}{6} \frac{b}{EA_g} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 d_g = \left(\frac{1}{6} \frac{b}{EA_g} - \frac{a}{Gt b} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 l_g = \left(\frac{1}{3} \frac{b}{EA_g} + \frac{a}{Gt b} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 s = \left(\frac{a}{Gt b} \right)
 \end{array}
 \end{array}$$

Anhang C - Tabellen mit Kenngrößen zum Kapitel 4

C-1 Ergänzung zur Tabelle 4-7 im Abschnitt 4.3.3

Tabelle C-1: Ergänzungen zur Spannungsberechnung in vorverformten Stäben

Konfiguration		1234				
		Kenngrößen				
x_1	[mm]	-	4,8	3,16	2,55	Abstand des 1. Feder zum Lager
x_2	[mm]	-	-	7,33	5,55	Abstand des 2. Feder zum Lager
x_3	[mm]	-	-	-	8,64	Abstand des 3. Feder zum Lager
κ_z	[-]	-	2,5	1,9	1,8	Schubfaktor (Federstab)
F_{krit}	[N]	65,4	69,1	97	116	Knickstab
F_{krit}	[N]	-	47,9	29,9	39,0	Interzelluläres Beulen

C-2 Ergänzung zur Tabelle 4-9 im Abschnitt 4.4.3

Tabelle C-2: Ergänzungen zur Spannungsberechnung in vorverformten Stäben mit elastischer Bettung durch eine Folie und inhomogenen Querschnitt

Kenngrößen		$E_{KF\ x}=E_{KF\ y}$ $E_{KF\ x}=0$		
EI	[Nmm ²]	110,4	110,4	Biegesteifigkeit Laststab (Faserstrang mit Harz)
t_{KF}	[mm]	0,05	0,05	Dicke der Kaptonfolie
b_{KF}	[mm]	1,53	1,53	Breite der Kaptonfolie auf dem Laststab
$t_{H\ oben}$	[mm]	0,08	0,08	Dicke der Harzschicht über dem Laststab
$b_{1\ H\ oben}$	[mm]	1,53	1,53	Obere Breite der Harzschicht über dem Laststab
$b_{2\ H\ oben}$	[mm]	1,23	1,23	Untere Breite der Harzschicht über dem Laststab
$t_{H\ unten}$	[mm]	0,1	0,1	Dicke der Harzschicht unter dem Laststab
$b_{H\ unten}$	[mm]	1,23	1,23	Breite der Harzschicht unter dem Laststab
$c_T(0)$	[Nmm]	∞	∞	Drehfeder an der Stelle $x=0$
$c_T(l)$	[Nmm]	200	200	Drehfeder an der Stelle $x=l$

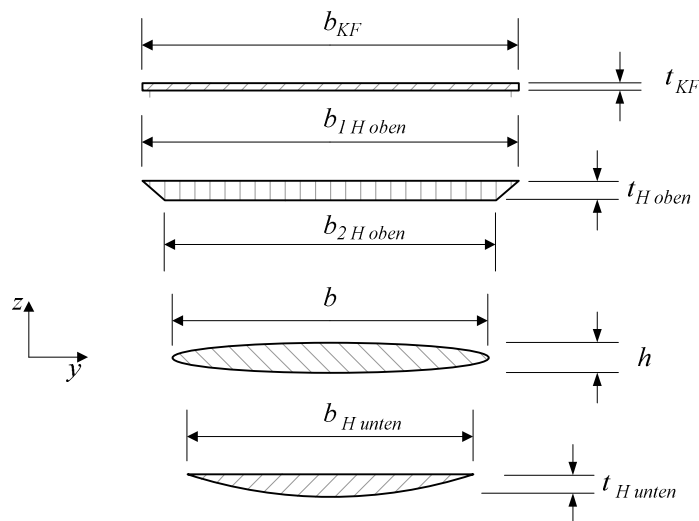


Bild C-1: Einzelquerschnitte des inhomogenen Stabes

C-3 Tabelle zum Abschnitt 4.5 - Einfluss der Abstände der Querstäbe

Tabelle C-3: Variation der Gitterkonstante für die unterschiedlichen Berechnungsmodelle

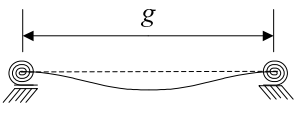
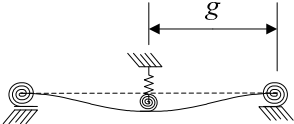
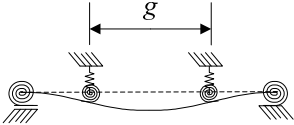
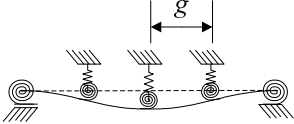
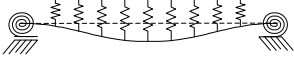
	Berechnungsmodell	Variation der Gitterkonstante
I :		$g_q = 0 \text{ bis } s$
II :		$g_q = s/2 \text{ bis } s$
III :		$g_q = s/3 \text{ bis } s$
IV :		$g_q = s/4 \text{ bis } s/2$
V :		$g_q = 0 \text{ bis } s/2$

Tabelle C-4: Kenngrößen zur Untersuchung des Einflusses der Querstababstände auf die Stabbruchlasten

	Modell	I	II bis V	VI	Beschreibung
Kenngrößen					
F_{Stab}	[N]	ν	ν	ν	Stabbruchlast
EI	[Nmm ²]	140	140	140	Biegesteifigkeit aller Stäbe
E	[N/mm ²]	347184	347184	347184	E-Modul Faserstrang
G	[N/mm ²]	6381	6381	-	Schubmodul
E_k	[N/mm ²]	-	-	103	E-Modul Kern [78]
t_k	[mm]	-	-	20	Kerndicke
b	[mm]	1,2	1,2	1,2	Querschnittsbreite
h	[mm]	0,19	0,19	0,19	Querschnittshöhe
g_l	[mm]	4,5	4,5	-	Abstände Laststäbe
g_q	[mm]	ν	ν	ν	Abstände Querstäbe
t_d^*	[mm]	-	-	0,1032	Dicke verschmierte Deckhaut
s	[mm]	9,5	9,5	-	Wabeninnenkreisdurchmesser
l	[mm]	ν	9,5	-	Stablänge
e	[mm]	0,0177 $\cdot l$	0,15	-	Größe der Vorverformung
$c_T(0, l)$	[Nmm]	ν	∞	-	Drehfeder an den Stabenden
$c_T(x)$	[Nmm]	-	4,5	-	Drehfedersteifigkeit der Federstäbe
$c(x)$	[N/mm]	-	32,6	-	Federsteifigkeit der Federstäbe
σ_B	[N/mm ²]	± 1308	± 1308	-	Zulässige Spannung im Stab
k	[-]	-	-	0,33	Vorfaktor Deckhautknittern

Die mit „ ν “ (=variabel) gekennzeichneten Größen ergeben sich aus der Änderung des Gitterabstandes der Querstäbe.

C-4 Tabelle zum Abschnitt 4.7.3 - Lastverteilung mit und ohne Fehlstelle

Auf Schliffbildern lassen sich aus praktischen Gründen nur einzelne vorverformte Laststäbe sinnvoll vermessen. Die für den untersuchten Deckhautausschnitt benötigten Informationen zu den vorverformten Laststäben werden daher aus einem FE-Modell gewonnen, das im Abschnitt 5.2 (Deckhautkonfiguration 2) beschrieben und untersucht wird. Dieses FE-Modell besteht aus einer Vielzahl an Gitterstäben und Wabenzellen. Mit Hilfe von Streckenlasten in \tilde{z} -Richtung auf den an den Wabenstegen gelagerten Stäben werden Verformungen erzeugt, die denen auf den Schliffbildern zu sehenden Vorverformungen gleichen. Für das hier betrachtete analytische Berechnungsmodell können damit für alle Stäbe theoretisch ermittelte Vorverformungen angegeben werden. Auf diese Weise ist eine Vergleichbarkeit zur FE-Berechnung (vgl. Abschnitt 5.8.2) gegeben. Die folgende Tabelle zeigt die Größen der Vorverformungen sowie die Längen der im analytischen Berechnungsmodell verwendeten Stäbe.

Tabelle C-5: Liste der vorverformten Stäbe zur Berechnung der Lastverteilung in einem Gitterausschnitt

Stab Nr.	max. Vorverformung [mm]	Stablänge [mm]	Stab Nr.	max. Vorverformung [mm]	Stablänge [mm]
1	0,062	9,5718	10	0,105	9,5718
2	0,055	9,5718	11	0,077	9,5718
3	0,061	9,5718	12	0,084	9,3492
4	0,079	9,5718	13	0,83	9,5718
5	0,089	9,3492	14	0,079	9,5718
6	0,088	9,5718	15	0,050	9,5718
7	0,089	9,5718	16	0,052	9,5718
8	0,104	9,5718	17	0,054	9,5718
9	0,096	9,5718			

Bedingt durch die Elementgröße im FE-Modell (vgl. Tabelle D-1 und Bild D-6) ergeben sich teilweise kleine Abweichungen zwischen den Stablängen.

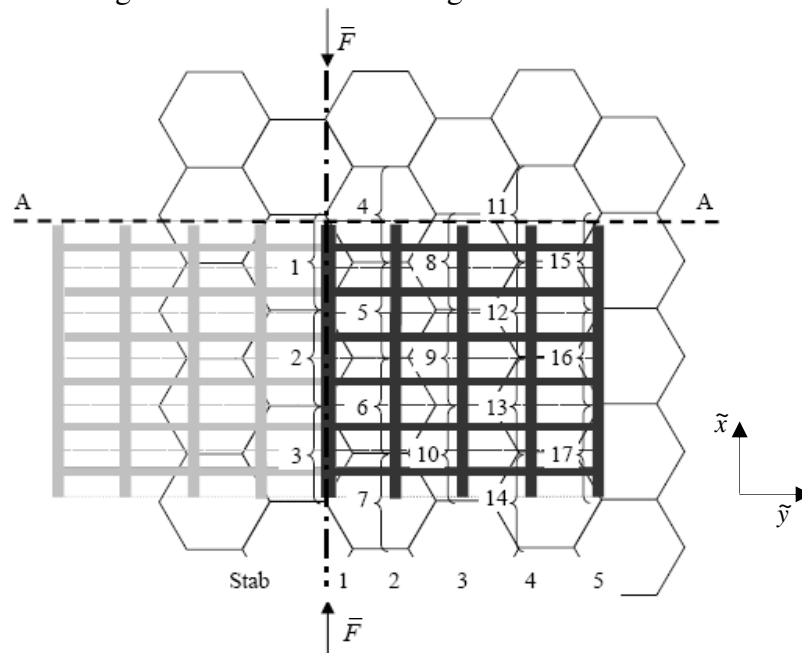


Bild C-2: Zuordnungen der Vorverformungen der einzelnen Laststäbe eines Gitterausschnittes der Deckhautkonfiguration 2 mit sechs Übertragungsabschnitten

Zur Gewährleistung einer Vergleichbarkeit für die FE-Berechnungen im Abschnitt 5.8.2 wird das analytische Berechnungsmodell von sechs auf elf Übertragungsabschnitte erweitert. Es werden keine neuen vorverformten Stäbe berücksichtigt, stattdessen werden die bereits berücksichtigten Stäbe wie im Folgenden dargestellt an das Berechnungsmodell mit sechs Übertragungsabschnitten angefügt.

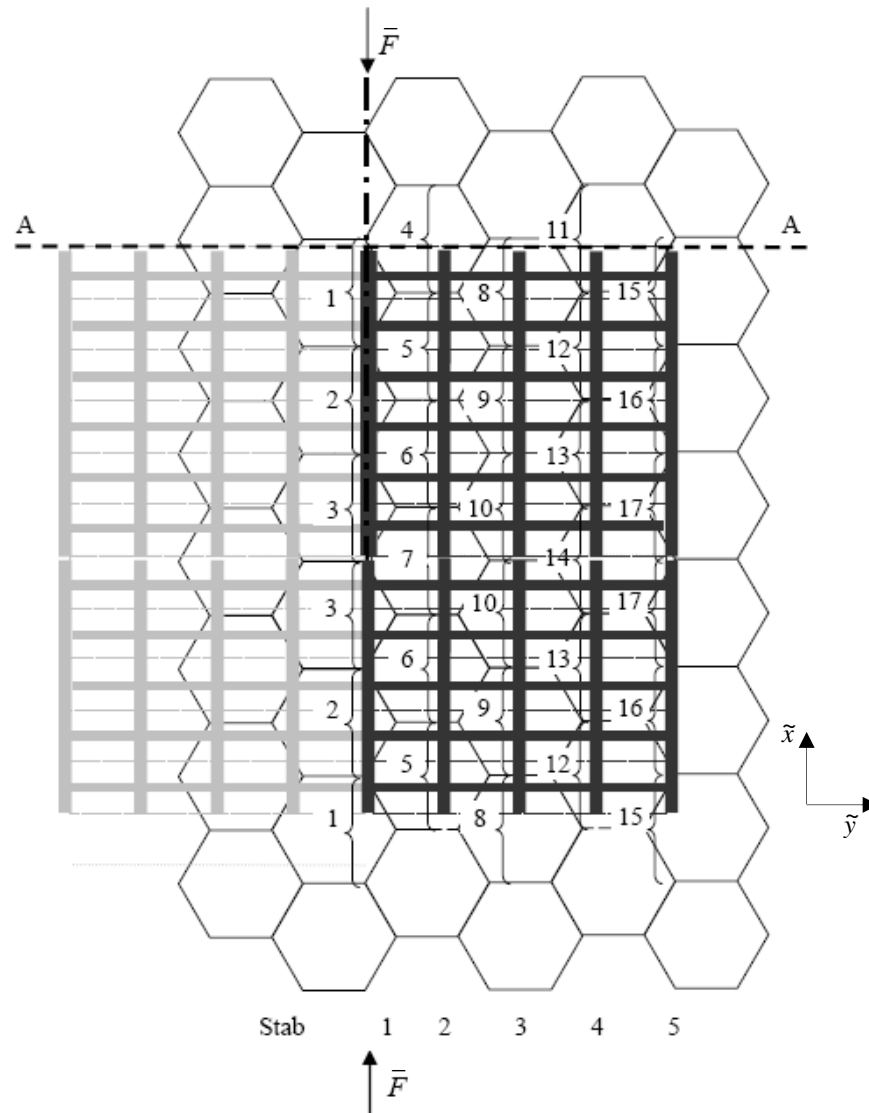


Bild C-3: Zuordnungen der Vorverformungen der einzelnen Laststäbe eines Gitterausschnittes der Deckhautkonfiguration 2 mit elf Übertragungsabschnitten

Anhang D - Finite-Elemente Modell eines Gitterausschnittes

D-1 Bestimmung der Bruchlasten ohne Wabenstruktur

D-1.1 Ergänzende Grafiken zum Abschnitt 5.2

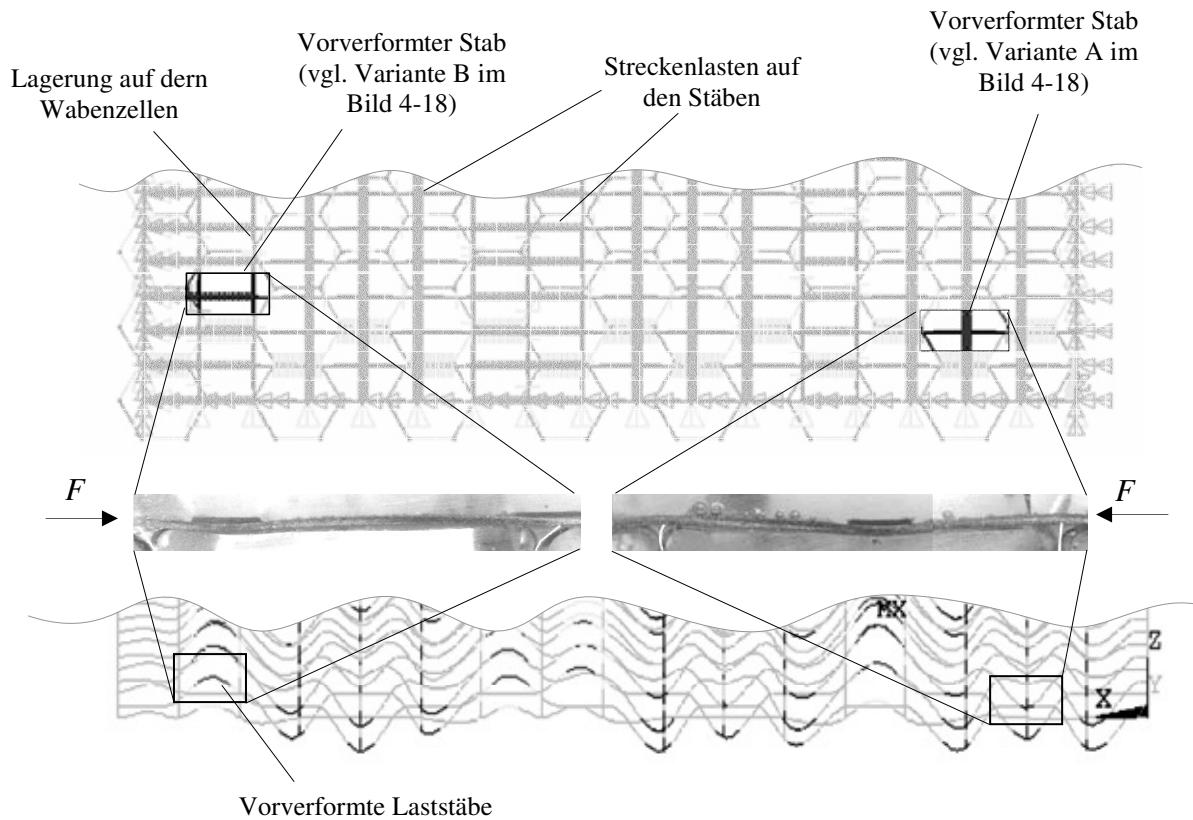


Bild D-1: Vorverformte Stäbe einer offenen Sandwichdeckhaut (Deckhautkonfiguration 1) im FE-Modell

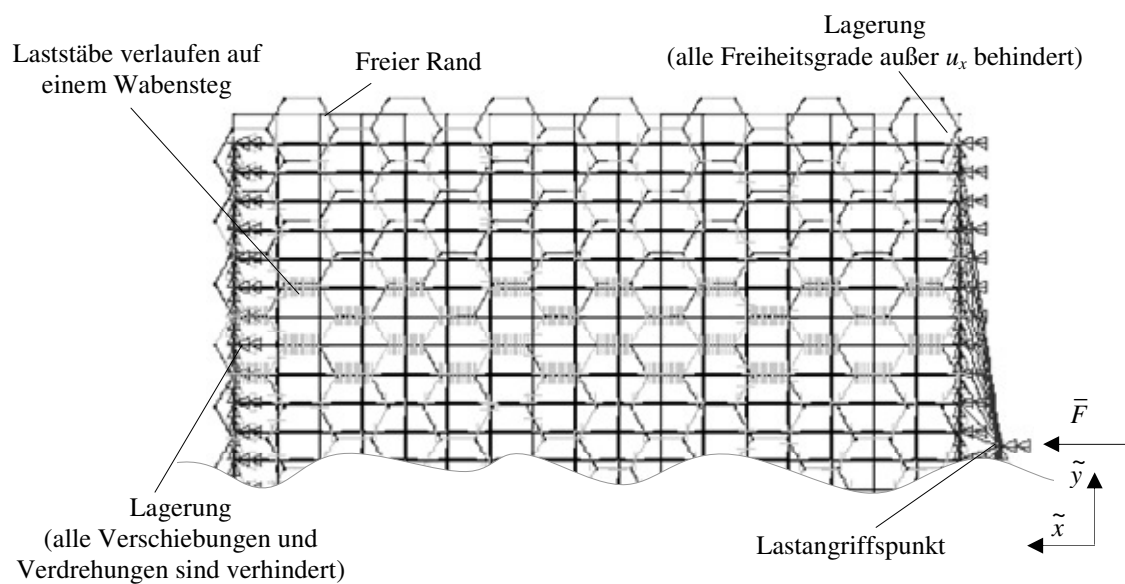
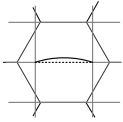
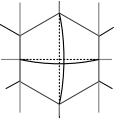
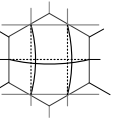
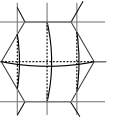


Bild D-2: FE-Modell (eine Hälfte) mit Randbedingungen und Lastangriffspunkt am Beispiel der Deckhautkonfiguration 1

D-1.2 Daten der Berechnungsmodelle

Tabelle D-1: Zusammengefasste Kenngrößen der FE-Modelle

Konfiguration		1	2	3	4	Beschreibung
Kenngrößen						
l_l	[mm]	6,757	4,452	4,566	2,99	Länge Laststäbe
b_l	[mm]	1,2	1,47	1,239	1,16	Breite Laststäbe
h_l	[mm]	0,195	0,163	0,187	0,188	Höhe Laststäbe
n_l	[-]	22 (24)	16(18)	25(27)	22(24)	Anzahl Laststäbe (modelliert)
l_q	[mm]	4,452	6,757	4,478	4,56	Länge Querstäbe
b_q	[mm]	1,47	1,2	1,466	1,383	Breite Querstäbe
h_q	[mm]	0,163	0,195	0,153	0,161	Höhe Querstäbe
n_q	[-]	18	24	24	40	Anzahl Querstäbe
s	[mm]	9,53	9,53	9,53	9,53	Wabendurchmesser
p_1	[N/mm]	-0,54	-	-	-	Linienlast (Vorverformung nach außen)
p_2	[N/mm]	1,43	0,607	0,719	0,6762	Linienlast (Vorverformung zur Wabenmitte)
E	[N/mm ²]	347184	347184	352908	367654	E-Modul (Stäbe)
G	[N/mm ²]	6381	6381	6536	7029	Schubmodul (Stäbe)
ν	[-]	0,25	0,25	0,25	0,25	Querkontraktion
κ_y	[-]	1,09	1,09	1,09	1,09	Schubfaktor (in der xy-Ebene)
κ_z	[-]	2,54	2,54	2,71	2,41	Schubfaktor (in der yz-Ebene)
e	[mm]	0,12	-	-	-	max. Vorverformung (aus p_1)
e	[mm]	-0,15	-0,15	-0,165	-0,169	max. Vorverformung (aus p_2)
EType		BEAM4	BEAM4	BEAM4	BEAM4	Elementtyp (Stäbe)
ESIZE	[mm]	$l/20$	$l/20$	$l/20$	$l/20$	Elementgröße (Stab der Länge g)
σ_B	[N/mm ²]	± 1308	± 1308	± 1308	± 1308	Bruchspannung
F	[N]	$F_{\text{Stab}} * 22$	$F_{\text{Stab}} * 16$	$F_{\text{Stab}} * 25$	$F_{\text{Stab}} * 13$	Belastung (schubweich)

Die folgenden Abbildungen zeigen die FE-Modelle der vier unterschiedlichen Deckhautkonfigurationen. Deutlich sichtbar sind die Wabenumrisse sowie die Gitterstäbe.

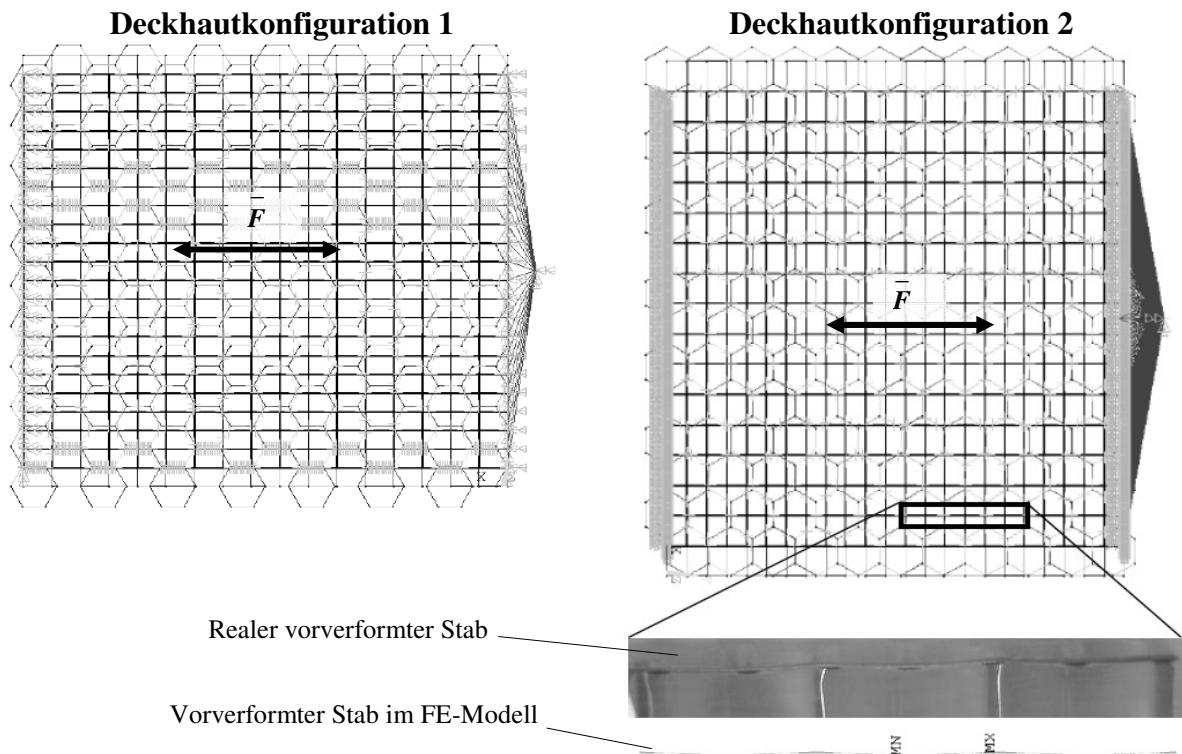


Bild D-3: FE-Modelle der Deckhautkonfigurationen 1 und 2 ohne idealisierte Waben

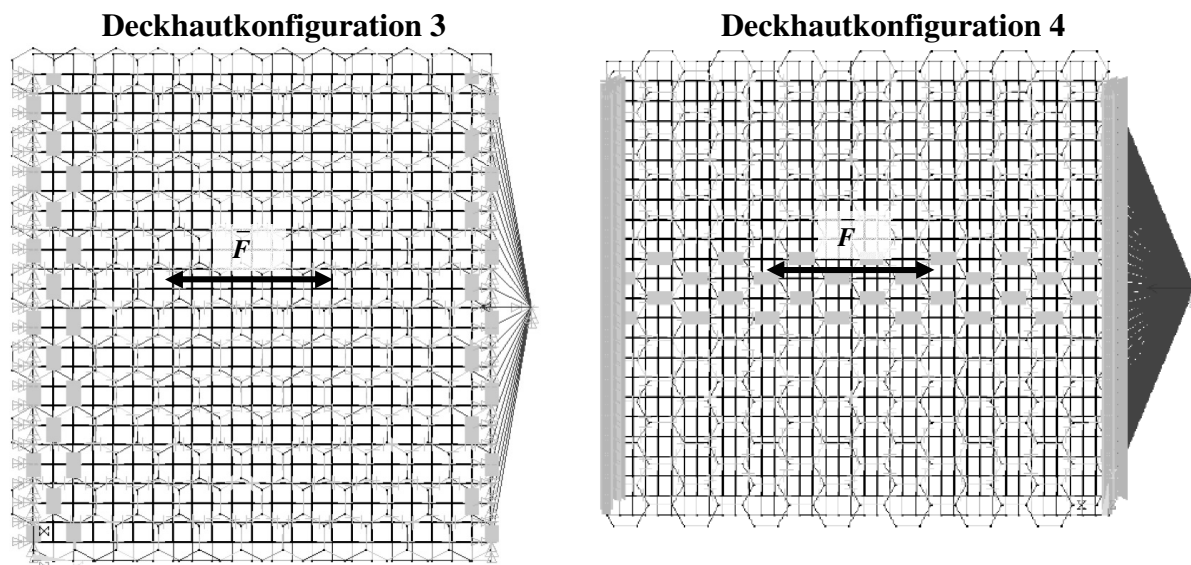


Bild D-4: FE-Modelle der Deckhautkonfigurationen 3 und 4 ohne idealisierte Waben

D-1.3 Ergebnisse

Deckhautkonfiguration 1

Das Versagen tritt bei dieser Deckhautkonfiguration in vorverformten Stäben der Variante B (vgl. Bild 4-18) ein. Bei einer Stablast von 28,4N wird in dem markierten Stab die Bruchspannung erreicht.

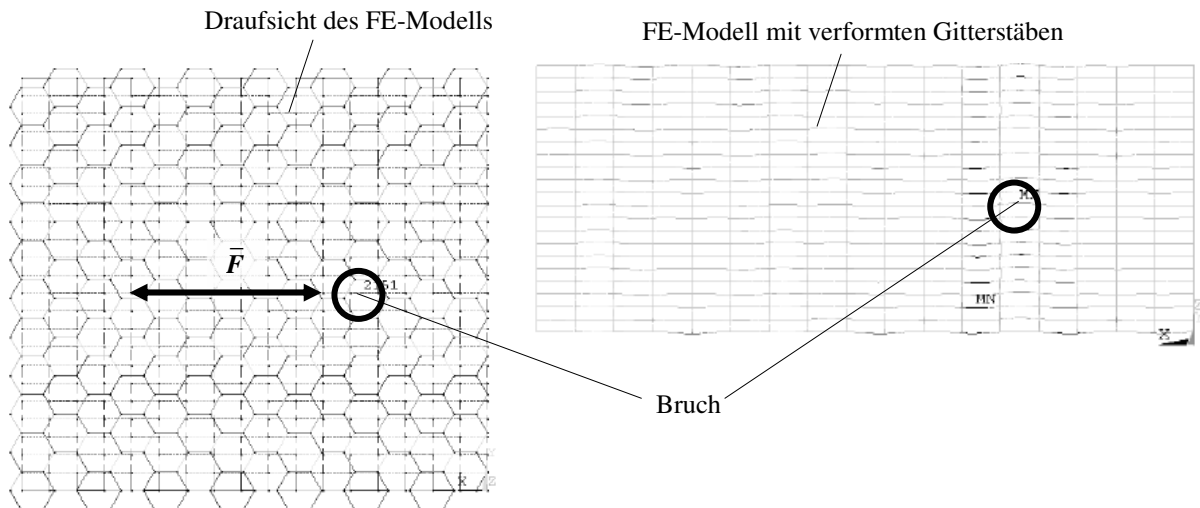


Bild D-5: FE-Modell der Deckhautkonfigurationen 1 mit markierter Bruchstelle

Diese vorverformten Stäbe treten meist über die gesamte Probenbreite auf (vgl. Bild 3-14), womit sich in den benachbarten Stäben ebenfalls hohe Spannungen einstellen. In den Randstäben hingegen konnte kein Bruch festgestellt werden. Verformte Stäbe der Variante A (vgl. Bild 4-18) zeigen Spannungen von $\sigma \approx 1000\text{N/mm}^2$. Dies konnte sowohl für Berechnungsmodelle mit schubweichen und schubstarken Stäben festgestellt werden und bestätigt damit die Beobachtungen aus den experimentellen Untersuchungen, wonach der Bruch in Stäben der Variante B eintritt.

Deckhautkonfigurationen 2 und 3

Bedingt durch die Ausrichtung der Wabenzellen bei den Deckhautkonfigurationen 2 und 3 ergeben sich zum Teil sehr kurze Stäbe zwischen zwei Wabenstegen (vgl. Bild 5-4). Diese weisen entsprechend kleine Vorverformungen und eine gleichmäßige sowie große axiale Steifigkeit über die Länge des Berechnungsmodells auf (vgl. Bild 5-3). Bei beiden Deckhautkonfigurationen werden in diesen Stäben hohe Lasten übertragen, die auch zum Bruch dieser Stäbe führen.

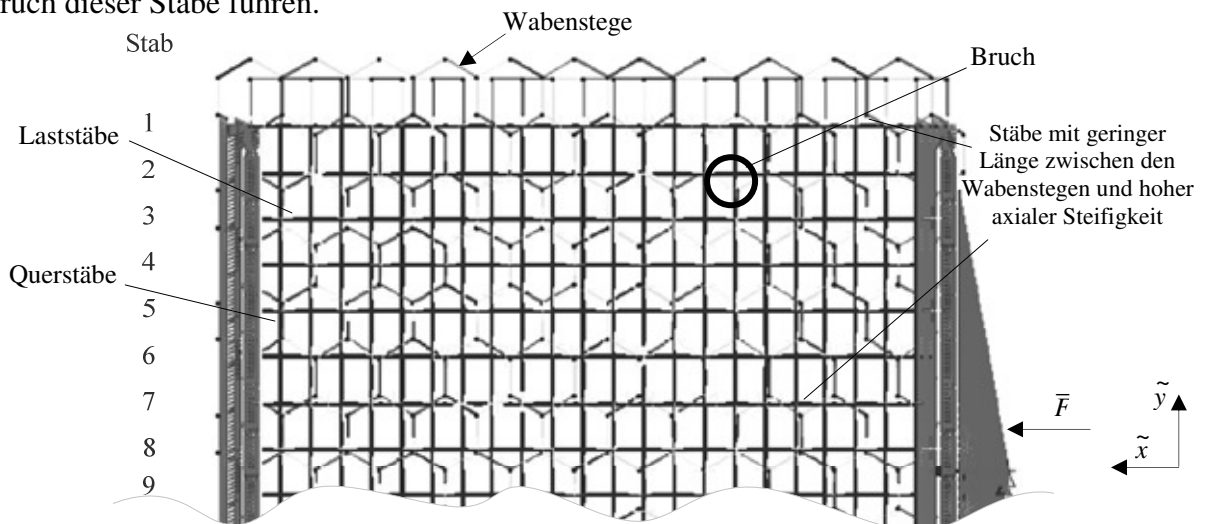


Bild D-6: FE-Modell der Deckhautkonfigurationen 2 mit markierter Bruchstelle

Bei beiden Modellen weisen jedoch auch Stäbe mit großen Längen und Vorverformungen (vergleichbar zu den in Abschnitt 4.3.3 dargestellten Stäben) Spannungen von $\sigma \approx 1000\text{N/mm}^2$ auf.

Deckhautkonfiguration 4

Bei der Konfiguration 4 tritt der Bruch in einem Randstab auf. Bedingt durch die fehlenden Stäbe zu jeweils einer Seite des Laststabes fällt die elastische Bettung entsprechend niedrig aus. Bereits bei den experimentellen Untersuchungen konnten große Verformungen in den Randstäben festgestellt werden (vgl. Bild 3-16). Dennoch treten bei dieser Deckhautkonfiguration auch außerhalb der Randbereiche Druckspannungen von bis zu $\sigma \approx -1208\text{N/mm}^2$ (bei $F_{\text{Stab}} = 51,3\text{N}$) auf.

Wabenfehlstellen

Abweichend zu den realen Probekörpern wurde für die Lagerung der Gitterstäbe im FE-Modell angenommen, dass die Wabenstruktur perfekt ist. Bei den Probekörpern konnten jedoch zum Teil stark ausgeprägte Abweichungen zur hexagonalen Zellenstruktur festgestellt werden.

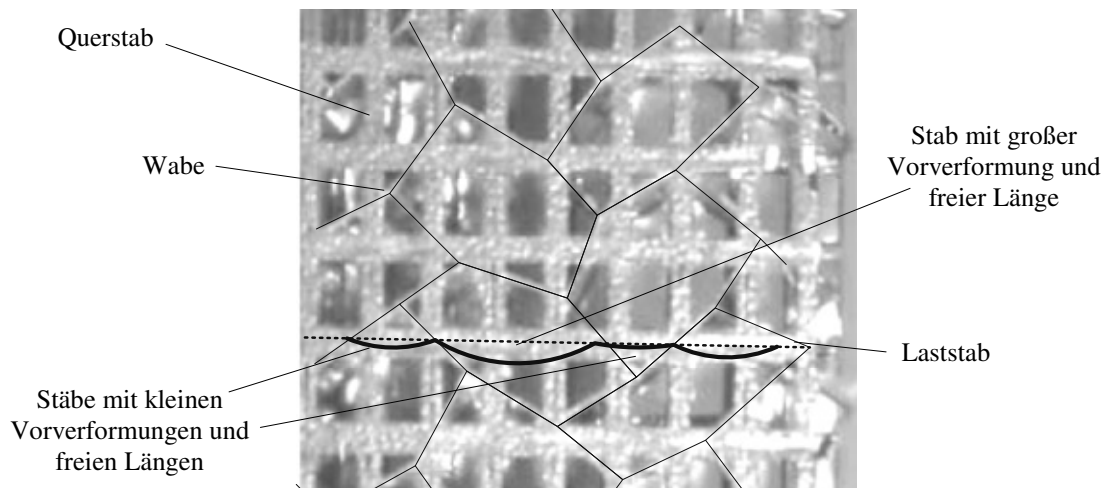


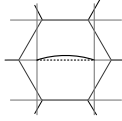
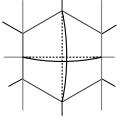
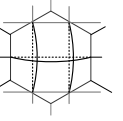
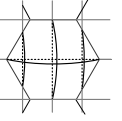
Bild D-7: Abweichungen zur hexagonalen Zellenstruktur (am Beispiel der Deckhautkonfiguration 2)

Die bisherigen Erkenntnisse deuten darauf hin, dass sich die Vorverformungen der Stäbe während des Fertigungsprozesses abhängig von den Stabpositionen innerhalb der Wabenzellen ausbilden. Auf dem Bild D-7 ist hierzu ein Stab mit einer großen freien Länge innerhalb einer Wabenzelle markiert. Für derartige Stäbe haben die Auswertungen der Schweißbilder meist große Vorverformungen ergeben (vgl. Bild 4-21 und Bild 4-23). Bedingt durch die in Lastrichtung angrenzenden verzogenen Waben besitzt der weiterführende Stab in diesen Bereichen nur eine geringe freie Länge. Darauf basierend sind für den weiterführenden Stab in diesem Bereich kleinere Vorverformungen und hohe axiale Steifigkeiten zu erwarten.

D-2 Einfluss der Waben auf die Stabbruchlast

Daten Berechnungsmodelle

Tabelle D-2: Zusammengefasste Kenngrößen der FE-Modelle mit idealisierten Waben

Konfiguration		1	2	3	4	Beschreibung
Kenngrößen						
n_l	[-]	13 (15)	8 (10)	14 (16)	13 (15)	Anzahl Laststäbe (modelliert)
n_q	[-]	10	15	15	22	Anzahl Querstäbe
t_w	[mm]	0,018	0,018	0,018	0,018	Wabenstegdick (Expansionsrichtung)
$2 * t_w$	[mm]	0,036	0,036	0,036	0,036	Wabenstegdick (quer zur Expansionsrichtung)
h_w	[mm]	10	10	10	10	Wabenhöhe
p_1	[N/mm]	-0,742	-	-	-	Linienlast (Vorverformung nach außen)
p_2	[N/mm]	1,22	0,577	1,4014	0,7179	Linienlast (Vorverformung zur Wabenmitte)
p_w	[N/mm ²]	0,01	0,01	0,01	0,01	Flächenlast (Wabe)
E	[N/mm ²]	70000	70000	70000	70000	E-Modul (Wabe)
ν	[-]	0,3	0,3	0,3	0,3	Querkontraktion (Wabe)
e_w	[mm]	0,12	0,12	0,12	0,12	max. Vorverformung (aus p_w)
EType		<i>BEAM4</i>				Elementtyp (Stäbe)
EType		<i>SHELL63</i>				Elementtyp (Wabe)
ESIZE	[mm]	$l/20$	$l/20$	$l/20$	$l/20$	Elementgröße (Stab der Länge g)
ESIZE	[mm]	$l/10$	$l/10$	$l/10$	$l/10$	Elementgröße (Wabe)
F	[N]	$F_{Stab} * 13$	$F_{Stab} * 8$	$F_{Stab} * 14$	$F_{Stab} * 13$	Belastung

Die geometrischen sowie mechanischen Kenngrößen (b , h , g , e , E , G , ν , κ_y , ...) entsprechen denen der Tabelle D-1.

D-3 Berechnungsmodelle zur Untersuchung der zweiachsigen Belastung

Tabelle D-3: Ergänzende Kenngrößen zur Analyse der zweiachsigen Beanspruchung

Konfiguration		1-2	4	Beschreibung
Kenngrößen				
n_l	[-]	24	24	Anzahl Laststäbe
n_q	[-]	18	40	Anzahl Querstäbe
L	[mm]	114,87	116,6	Abmessung in Längsrichtung
B	[mm]	102,4	95,8	Abmessung in Querrichtung
p_1	[N/mm]	-0,54	-	Linienlast (Vorverformung nach außen)
p_2	[N/mm]	1,43	0,6762	Linienlast (Vorverformung zur Wabenmitte)
EType	[-]	BEAM4	BEAM4	Elementtyp
ESIZE	[mm]	$l/20$	$l/20$	Elementgröße (Stab der Länge g)
FHG	[-]			Anzahl der Freiheitsgrade
F_1	[N]	$F_{1\text{Stab}} * 24$	$F_{1\text{Stab}} * 24$	Längslast
F_2	[N]	$F_{2\text{Stab}} * 18$	$F_{2\text{Stab}} * 40$	Querlast (Zug- / Drucklast)

Die geometrischen sowie mechanischen Kenngrößen (b , h , g , e , E , G , ν , κ_y , ...) entsprechen denen der Tabelle D-1.

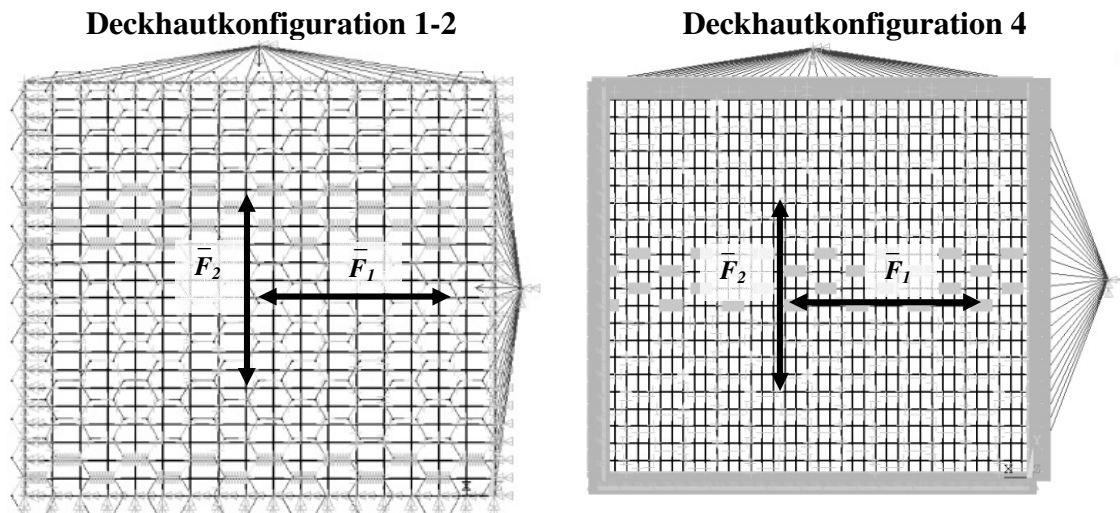


Bild D-8: FE-Modelle zur Analyse der zweiachsigen Beanspruchung

D-4 Lastverteilung

Die Lastverteilung wird ergänzend zur Deckhautkonfiguration 1 auch für die Konfigurationen 2 und 4 untersucht. Neben der Lastverteilung infolge des gebrochenen Stabes wird weiterhin die Lastverteilung infolge einer beliebigen Fehlstelle im Gitter berechnet. Bei der Fehlstelle handelt es sich in diesem Fall um einen durchtrennten Stab ($EA=0$), der beispielsweise die Folge eines heruntergefallenen Handwerkzeugzeugs sein kann. Die Position der Fehlstelle ist frei gewählt.

D-4.1 Deckhautkonfiguration 2

Lastverteilung infolge eines gebrochenen Stabes

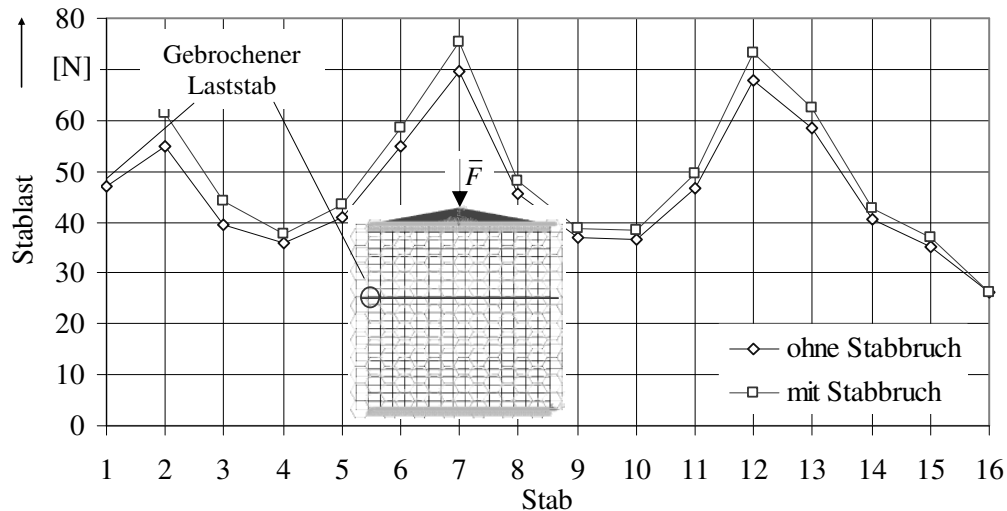


Bild D-9: Lastverteilung der Deckhautkonfiguration 2 mit gebrochenem Randstab

- ca. 12% Lastzunahme im benachbarten Stab der Bruchstelle,
- Bruch der benachbarten Laststäbe,
- In den restlichen Laststäben stellt sich eine Lastzunahme von ca. 5% ein,
- Die Spannungen um die \tilde{z} -Achse liegen bei ca. 660N/mm².

Lastverteilung infolge einer beliebigen Fehlstelle

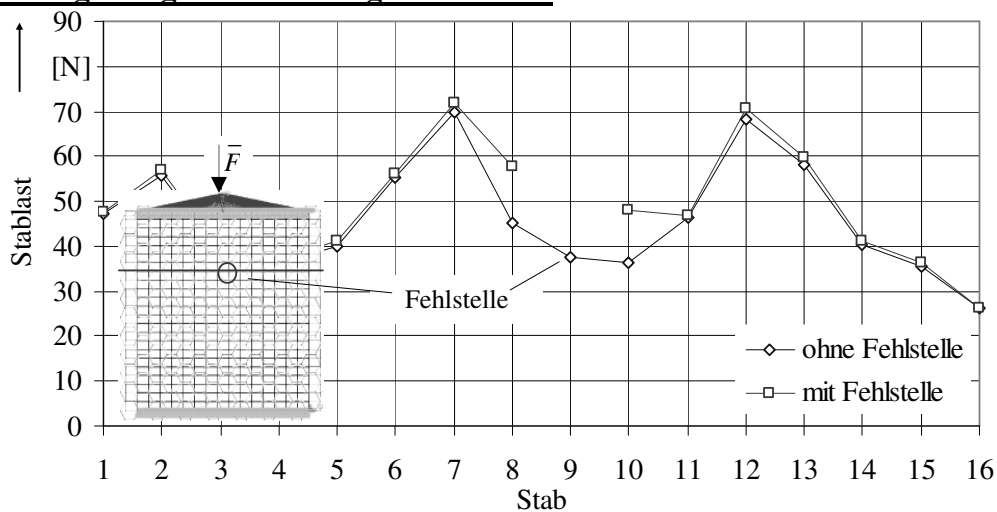


Bild D-10: Lastverteilung der Deckhautkonfiguration 2 mit beliebiger Fehlstelle (durchtrennter Stab)

- ca. 30% Lastzunahme im benachbarten Stab der Fehlstelle,
- Die Lastzunahme führt bei diesem Beispiel nicht zum Bruch der benachbarten Stäbe,
- Der Bruch tritt an der gleichen Stelle wie beim oben gezeigten Modell ein, die Bruchlast verringert sich jedoch um 2%.

D-4.2 Deckhautkonfiguration 4

Lastverteilung infolge eines gebrochenen Stabes

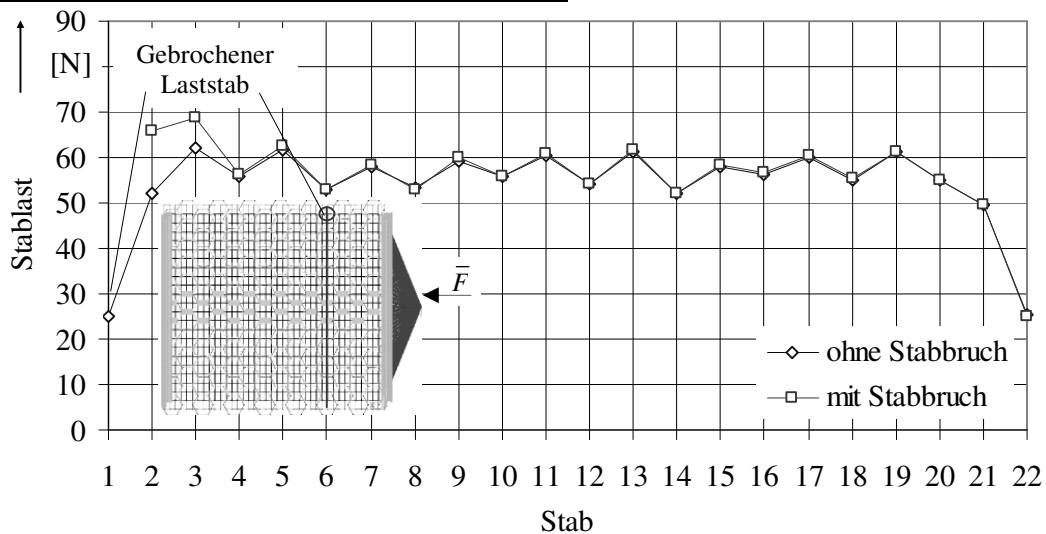


Bild D-11: Lastverteilung der Deckhautkonfiguration 4 mit gebrochenem Randstab

- ca. 27% Lastzunahme im benachbarten Stab der Bruchstelle,
- Bruch der benachbarten Laststäbe,
- Gleichmäßige Lastzunahme von ca. 0,5% in den restlichen Laststäben,
- Die Spannungen um die \tilde{z} -Achse liegen bei ca. 900N/mm².

Weiterhin zeigen sich deutliche Unterschiede zur Lastverteilung in der Deckhautkonfiguration 2. Die Ursachen hierfür sind in den unterschiedlichen Gitterkonfigurationen sowie den Wabenorientierungen begründet.

Lastverteilung infolge einer beliebigen Fehlstelle

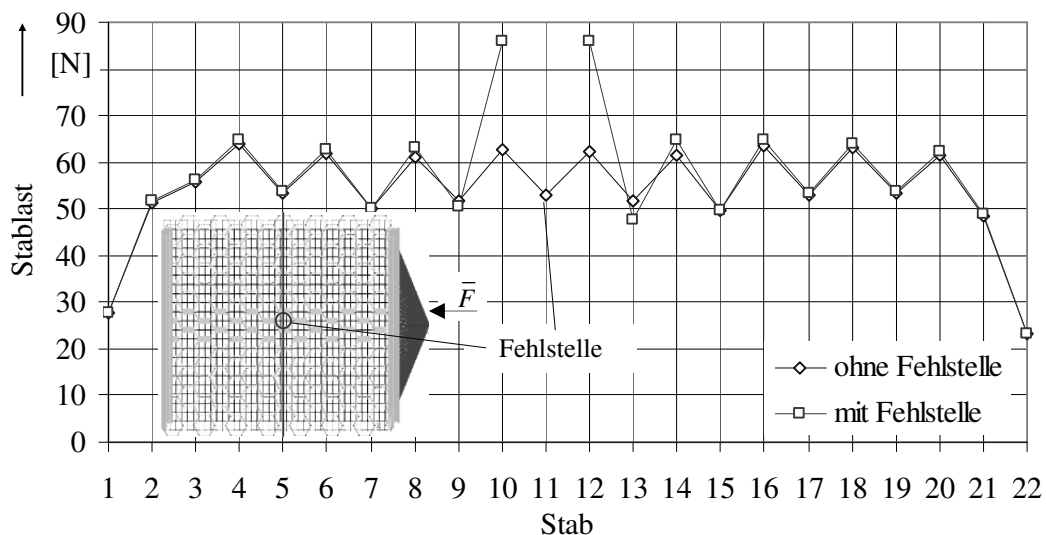


Bild D-12: Lastverteilung der Deckhautkonfiguration 4 mit beliebiger Fehlstelle (z.B. durchtrennter Laststab)

- ca. 35% Lastzunahme im benachbarten Stab der Fehlstelle,
- Die benachbarten Stäbe sind über ihre gesamte Länge auf Wabenstegen gelagert und weisen keine Vorverformungen auf,
- Die Lastzunahme führt bei diesem Beispiel nicht zum Bruch der benachbarten Stäbe,
- Der Bruch tritt an der gleichen Stelle wie beim oben gezeigten Modell ein, die Bruchlast verringert sich jedoch um 1%.

Anhang E - Tabellen mit Kenngrößen zum Abschnitt 6.1

Tabelle E-1: Kenngrößen zur analytischen Berechnung der Stabbruchlasten

Konfiguration	1	2	3	4	5	Beschreibung
Kenngröße						
E [N/mm ²]	347184	347184	352908	367654	347184	E-Modul Faserstrang
E_K [N/mm ²]	-	-	-	-	2400	E-Modul Kaptonfolie
E_H [N/mm ²]	-	-	-	-	4400	E-Modul Harz
G [Nmm ²]	6381	6381	6536	7029	7383	Schubmodul Faserstrang
b_l [mm]	1,200	1,472	1,239	1,160	1,233	Mittelwert
g_l [mm]	4,452	6,757	4,565	4,562	4,497	Mittelwert
h_l [mm]	0,195	0,163	0,187	0,188	0,174	Mittelwert
t_{KF} [mm]	-	-	-	-	0,05	Breite der Kaptonfolie auf dem Laststab
b_{KF} [mm]	-	-	-	-	1,53	Dicke der Harzschicht über dem Laststab
$t_{H\ oben}$ [mm]	-	-	-	-	0,080	Dicke der Harzschicht über dem Laststab
$b_{1\ H\ oben}$ [mm]	-	-	-	-	1,533	Obere Breite der Harzschicht über dem Laststab
$b_{2\ H\ oben}$ [mm]	-	-	-	-	1,233	Untere Breite der Harzschicht über dem Laststab
$t_{H\ unten}$ [mm]	-	-	-	-	0,100	Dicke der Harzschicht unter dem Laststab
$b_{H\ unten}$ [mm]	-	-	-	-	1,233	Breite der Harzschicht unter dem Laststab
b_q [mm]	1,472	1,200	1,466	1,383	1,320	Mittelwert
g_q [mm]	6,757	4,452	4,478	2,99	6,348	Mittelwert
h_q [mm]	0,163	0,195	0,153	0,161	0,165	Mittelwert
n_q [-]	-	2	2	3	-	Anzahl Querstäbe
ν [-]	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	Querkontraktion
l [mm]	6,757	8,9	9,53	9,339	6,348	Länge vorverformter Stab
l_v [mm]	6,757	-	-	-	6,348	Länge der verlängernden Stäbe
e [mm]	0,12	-0,15	-0,165	-0,169	0,069	Vorverformung
c [N/mm]	-	40	27,1	24,2	-	Federkonstante der Querstäbe
β [N/mm ²]	-	-	-	-	0,047	Bettungsziffer
c_T [Nmm]	75,7	∞	∞	∞	74,9	Drehfeder Stabende
c_T [Nmm]	-	9	6,9	8	-	Drehfeder Federstab
σ_B [N/mm ²]	± 1308	± 1308	± 1308	± 1308	± 1308	Zulässige Biegespannung
F_{Stab} [N]	32,8	39,3	39,1	51,2	40,3	Stabbruchlast
F_{krit} [N]	65	86	89	116	-	Knicklast perfekter Stab

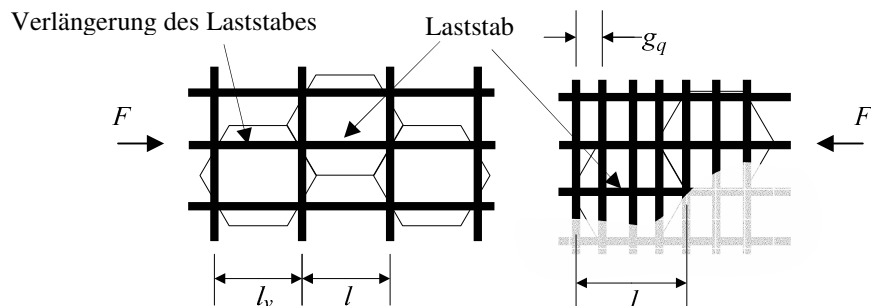


Bild E-1: Ergänzungen Gitterkonstanten (links: Deckhautkonfigurationen 1 und 5; rechts: Deckhautkonfigurationen 2 - 4)